

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

**APLICAÇÃO DE OPÇÕES REAIS À  
AVALIAÇÃO DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS**

FERNANDO SCOFANO DE MENDONÇA  
Matrícula nº 102015028

ORIENTADOR: Prof. Manuel Alcino Ribeiro da Fonseca

SETEMBRO DE 2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

**APLICAÇÃO DE OPÇÕES REAIS À  
AVALIAÇÃO DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS**

---

FERNANDO SCOFANO DE MENDONÇA  
Matrícula nº 102015028

ORIENTADOR: Prof. Manuel Alcino Ribeiro da Fonseca

SETEMBRO DE 2010

*As opiniões expressas neste trabalho são da exclusiva responsabilidade do autor.*

“Ao futuro”.  
Dixit e Pindyck (1994)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por todos os dias de vida e por ter chegado a este ponto. Agradeço também a minha família, pela formação moral e educacional, bem como à minha namorada Silvely, pelo seu companheirismo e presença ao longo da jornada pela faculdade. E agradeço a todos os amigos da faculdade, em especial a Luís “Schumacher” Malcher (*in memoriam*), pelos momentos de estudo, descontração e, sobretudo, apoio mútuo. Por fim, agradeço ao Professor Manuel Alcino Ribeiro da Fonseca pela sua dedicação, orientação e exemplo nas cadeiras de Economia Financeira, que inspiraram esta monografia.

## RESUMO

A presente monografia versa sobre a análise de investimentos através de Opções Reais. Seu objetivo é demonstrar que na existência de flexibilidades gerenciais e de condições de incerteza e reversibilidade de um projeto, a possibilidade de optar pela execução ou não das etapas do projeto resulta em maiores retornos para os investidores.

Para tanto, esta monografia está estruturada com uma revisão dos principais modelos de análise de investimentos, o Valor Presente Líquido, o *payback* e a Taxa Interna de Retorno. Também é realizada uma revisão dos conceitos relativos a opções.

Para fundamentar a discussão sobre o valor de uma opção, são apresentados os modelos de precificação de opções de Black e Scholes e o binomial de Cox, Ross e Rubinstein.

A apresentação destes modelos permite uma análise das opções financeiras e traçar um paralelo com as opções reais, discutindo suas semelhanças e diferenças.

Por fim, é apresentado um exemplo de projeto hipotético de investimento e realizada uma avaliação através dos quatro modelos expostos, demonstrando a aplicabilidade da avaliação por Opções Reais.

## SÍMBOLOS, ABREVIATURAS, SIGLAS E CONVENÇÕES

B	Empréstimo
C	Opção de compra ( <i>call</i> )
FC	Fluxo de caixa
I	Investimento
k	Taxa de retorno do ativo gêmeo
K	Carteira replicadora
m	Quantidade de ações
OR	Opções reais
P	Opção de venda ( <i>put</i> )
r	Taxa de juros
$\sigma$	Volatilidade
S	Preço à vista ( <i>spot</i> )
T	Tempo até o vencimento
TIR	Taxa interna de retorno
TIRM	Taxa interna de retorno modificada
V	Valor
VF	Valor futuro
VP	Valor presente
VPL	Valor presente líquido
VPLE	Valor presente líquido expandido
x	Percentual de expansão
X	Valor de exercício da opção

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	9
I. REVISÃO DE MODELOS DE AVALIAÇÃO DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS .....	11
I.1 Fluxos de caixa e valor intertemporal.....	11
I.2 Modelos de avaliação de projetos de investimento .....	14
I.2.1 Modelo de avaliação por Valor Presente Líquido (VPL).....	14
I.2.2 Modelo de avaliação por payback.....	17
I.2.3 Modelo de avaliação por Taxa Interna de Retorno (TIR).....	18
I.3 Críticas às avaliações por VPL, payback e TIR .....	19
I.3.1 Críticas às avaliações por VPL .....	19
I.3.2 Críticas às avaliações por payback .....	20
I.3.3 Críticas às avaliações por TIR .....	23
II. OPÇÕES FINANCEIRAS E REAIS E A AVALIAÇÃO DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS .....	28
II.1 Conceitos básicos sobre opções .....	28
II.1.1 Tipos de opções .....	29
II.1.2 Tipos de opções relativos ao exercício.....	29
II.1.3 Tipos de posições em opções .....	29
II.1.4 Valor de uma opção.....	30
II.2 Modelos de precificação de opções.....	37
II.2.1 Modelo de opções Black e Scholes .....	37
II.2.2 O modelo binomial de opções .....	41
II.3 Opções reais .....	51
II.3.1 Opções financeiras e opções reais .....	51
II.3.2 Tipos e estratégias de opções reais .....	55
III. APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO ATRAVÉS DE OPÇÕES REAIS A UM PROJETO DE INVESTIMENTO .....	58
III.1 Apresentação do projeto de investimento .....	58
III.2 Avaliação do projeto de investimento.....	59
III.2.1 Avaliação através de VPL.....	60
III.2.2 Avaliação através de payback.....	61
III.2.3 Avaliação através da TIR.....	61
III.2.4 Avaliação através de OR.....	62
III.3 Análise dos resultados .....	67
CONCLUSÃO.....	69
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	71



## LISTA DE FIGURAS E TABELAS

TABELA 1 - Fluxos de caixa estimados para o projeto I.....	18
TABELA 2 - Fluxos de caixa estimados dos projetos 2A e 2B.....	22
TABELA 3 - Fluxos de caixa estimados dos projetos 2B e 3.....	23
TABELA 4 - Fluxos de caixa estimados do projeto IV.....	24
TABELA 5 - Fluxos de caixa estimados dos projetos 5A e 5B.....	25
FIGURA 1 - VPLs dos projetos do estacionamento e do prédio em função do custo de capital $r$ .....	27
TABELA 6 - Fluxos de caixa estimados dos projetos 6A e 6B.....	28
QUADRO 1 - Valor de uma opção por posição e tipo em função do preço do ativo-objeto $S$ e do preço de exercício $X$ .....	31
QUADRO 2 - Valor da carteira replicadora da paridade entre opções de compra e venda.....	33
QUADRO 3 - Limites inferior e superior do valor de uma opção.....	36
QUADRO 4 - Fatores determinantes do valor de uma opção.....	37
FIGURA 2 - Processo estocástico binomial de preços de um ativo-objeto.....	44
FIGURA 3 - Processo binomial do valor da opção de compra $C$ .....	45
FIGURA 4 - Processo binomial do valor da carteira replicadora da opção $C$ .....	46
FIGURA 5 - Processo binomial de preços da ação $E$ .....	48
FIGURA 6 - Valores da opção de compra $C$ e carteiras replicadoras em $t = 2$ se $S = 700$ em $t = 1$ .....	49
FIGURA 7 - Valores da opção de compra $C$ e carteiras replicadoras em $t = 2$ se $S = 350$ em $t = 1$ .....	50
FIGURA 8 - Valores da opção de compra $C$ em $t = 0$ .....	51
FIGURA 9 - Árvore do valor presente esperado do projeto $P$ .....	60
TABELA 7 - Fluxos de caixa estimados para o projeto $P$ .....	62
FIGURA 10 - Árvore de opções do projeto $P$ .....	63
FIGURA 11 - Árvore do valor residual dos ativos do projeto $P$ .....	67

## INTRODUÇÃO

O processo de internacionalização das atividades de empresas e de fluxos de investimentos, que se inicia a partir da década de 1960, se aprofunda com a abertura econômica de diversos países da Europa, Ásia e América Latina no decorrer dos anos 1980. Entrementes, o advento da microinformática a partir dos anos 1970 e o surgimento das tecnologias da informação e comunicação provocaram uma significativa queda dos custos das telecomunicações e reduziram as barreiras impostas pelas distâncias.

Com a desregulamentação e abertura dos mercados financeiros a nível global e sua progressiva integração surgem diversas inovações financeiras, dentre as quais se destacam as opções. Uma opção é um contrato financeiro que dá o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender um ativo no futuro a um preço determinado. O mercado de opções ganha relevância ao permitir que investidores montem estratégias de *hedge*, isto é, de proteção aos seus investimentos.

Ao mesmo tempo, as decisões de investimentos passam a ocorrer em um contexto de maior complexidade e incerteza, pelo dinamismo dos mercados e as incertezas sobre a demanda, receita, câmbio e tecnologia. A abertura econômica permite o acesso a novos mercados e também da realização de investimentos em diversos locais, ao mesmo tempo em que aumentam as variáveis a serem levadas em consideração na execução desses investimentos.

Neste diapasão, os modelos de avaliação de investimento tradicionalmente utilizados – Valor Presente Líquido (VPL), Taxa Interna de Retorno (TIR) e *payback* –, que consideram custos e benefícios tangíveis e de fácil quantificação, mostram-se “insuficientes para captar [a] flexibilidade necessária para mensurar esses investimentos, dentro de um contexto de grande dinamicidade e incertezas tecnológicas” (PEREIRA; PAMPLONA, 2006, p 1). Os modelos de avaliação por VPL, TIR e *payback* serão discutidos no capítulo I.

A decisão de realizar ou não um investimento é análoga a de exercer ou não exercer uma opção financeira. A avaliação através de Opções Reais (OR), desenvolvido desde o final da década de 1970 a partir dos trabalhos de Myers (1977) e Tourinho (1979), surge como

alternativa aos modelos tradicionais ao lidar com as possibilidades de investimento como opções e incorporar a incerteza sobre o futuro, a possibilidade de adiamento da decisão de investir e a irreversibilidade – isto é, uma vez realizado o investimento é um custo irrecuperável em parte ou no todo – conforme exposto por Dixit e Pindyck (1994). A discussão sobre opções, financeiras e reais, será aprofundada no capítulo II.

Finalizando este trabalho, é realizada a avaliação de um projeto de investimento hipotético através do Valor Presente Líquido, Taxa Interna de Retorno, *payback* e de Opções Reais no capítulo III, demonstrando a aplicabilidade de Opções Reais à avaliação do projeto.

## **I. REVISÃO DE MODELOS DE AVALIAÇÃO DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS**

O presente capítulo tem por objetivo apresentar os principais modelos utilizados na definição do orçamento de capital e na análise de investimentos. Para tanto, serão apresentadas as noções de fluxo de caixa e de valor ao longo do tempo, bases dos modelos que serão aqui apresentados.

A seção I.2 trata dos principais modelos de avaliação de investimentos. A partir da conceituação de fluxo de caixa e valor intertemporal na seção I.1, serão apresentados os fundamentos dos três modelos mais comumente utilizados na análise de investimentos: o Valor Presente Líquido (VPL), o *payback* e a Taxa Interna de Retorno (TIR) nas seções I.2.1, I.2.2 e I.2.3, respectivamente.

Finalizando este capítulo, a seção 1.3 trata das principais críticas concernentes aos três modelos de avaliação de investimentos apresentados na seção anterior. Tais críticas e fraquezas serão discutidas nas seções I.3.1, I.3.2 e I.3.3.

### **I.1 Fluxos de caixa e valor intertemporal**

O conceito de fluxo de caixa, base da discussão dos modelos de análise de investimentos, pode ser definido como a “sucessão de entradas e saídas de dinheiro (ou ativos expressos pelo seu valor monetário) no tempo” (Puccini, 2007, p.13), e costumam ser observadas através das demonstrações financeiras das empresas<sup>1</sup>.

As decisões de investimentos das empresas envolvem a entrada e a saída de fluxos de caixa. A execução ou a rejeição de um investimento leva em consideração as saídas – isto é,

---

<sup>1</sup> O fluxo de caixa pode ser conhecido através da demonstração contábil Demonstração de Fluxo de Caixa (DFC). A DFC é formada pela soma dos fluxos de caixa das atividades operacionais, de investimento e de financiamento. Do ponto de vista da empresa, o fluxo de caixa é formado pelo fluxo de caixa das operações, gastos de capital e acréscimos ao capital de giro líquido. Do ponto de vista dos investidores, o fluxo de caixa é formado pela soma dos fluxos de caixa dos credores e dos acionistas.

os pagamentos realizados para a implantação do projeto – e as entradas – os recebimentos consequentes da execução do investimento. No entanto, as saídas de capital realizadas para a implantação do projeto são conhecidas e ocorrem imediatamente, enquanto as entradas ocorrem no futuro e são estimadas.

Portanto, a decisão de executar ou de rejeitar um projeto de investimento depende da determinação da relação entre o valor dos fluxos de caixa presentes e o valor dos fluxos de caixa no futuro, que por sua vez está relacionada à determinação do valor intertemporal do dinheiro.

A determinação do valor intertemporal do dinheiro parte do princípio de que uma unidade monetária no presente vale mais do que uma unidade monetária recebida no futuro. Dentre muitos economistas, Keynes discorreu esse princípio em sua principal obra, “A Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda” de 1936, como a “preferência pela liquidez” (p.175).

Essa relação entre o valor presente e o valor futuro do dinheiro depende da taxa de juros ou taxa de desconto. Para tanto, realiza-se o cálculo do valor presente (VP) através do desconto da série de fluxos de caixa futuros, trazendo-os a valores atuais, ou o cálculo do valor futuro (VF) através da aplicação da taxa de juros, acumulando-os até o último período da série de fluxos de caixa. Calculados o VP ou o VF dos fluxos de caixa, é possível determinar qual série apresenta maior valor. No caso de projetos de investimento, será escolhido aquele que possuir o maior VP ou VF.

Para ilustrar os conceitos acima, supondo, por exemplo, que uma empresa decida vender uma área e receba duas ofertas pela propriedade: uma de R\$ 1.000.000 à vista e outra de R\$ 1.142.400 com pagamento em um ano. A taxa de juros do mercado no vigente é de 12% ao ano. A decisão da oferta a ser aceita passa pela determinação VF da oferta de R\$ 1.000.000 ou do valor presente VP da oferta de R\$ 1.142.400.

A determinação do VF é obtida através da equação:

$$VF = FC_0 \cdot (1 + r)$$

Onde:

VF = valor futuro

$FC_0$  = fluxo de caixa no período 0 (presente)

$r$  = taxa de juros ou taxa de desconto.

Resolvendo com os dados conhecidos:

$$VF = 1.000.000 \cdot (1 + 0,12) = 1.120.000$$

O valor futuro em um ano dos R\$ 1.000.000 recebidos no presente é R\$ 1.120.000, inferior aos R\$ 1.142.400 da segunda oferta. Portanto, a empresa deve optar pela segunda oferta.

Da mesma forma, a empresa poderia utilizar o cálculo do VP da oferta de R\$ 1.142.400 para realizar sua decisão. A determinação do VP é obtida através da equação:

$$VP = \frac{FC_1}{(1 + r)}$$

Onde:

VP = valor presente

$FC_1$  = fluxo de caixa estimado no período 1 (futuro)

$r$  = taxa de juros ou taxa de desconto.

Resolvendo com os dados conhecidos:

$$VP = \frac{1.142.400}{(1 + 0,12)} = 1.020.000$$

O valor presente dos R\$ 1.142.400 oferecidos na segunda oferta é R\$ 1.020.000, superior aos R\$ 1.000.000 da primeira oferta. Assim como no cálculo do VF da primeira oferta, a empresa deve optar pela segunda oferta.

## **I.2 Modelos de avaliação de projetos de investimento**

Atualmente existem diversos modelos de avaliação de investimentos, baseados nos mais diversos critérios. Os modelos mais utilizados são baseados em fluxos de caixa, pela sua praticidade e simplicidade. Esta seção aborda os três modelos de análise de projetos de investimento fundamentados em fluxos de caixa: o Valor Presente Líquido (VPL), o *payback* e a Taxa Interna de Retorno (TIR).

### ***1.2.1 Modelo de avaliação por Valor Presente Líquido (VPL)***

A determinação do VP de um investimento é uma ferramenta útil para a tomada de decisões de investimento. Entretanto, não basta apenas à empresa ou ao investidor saber qual o VP de um projeto. É necessário também saber o custo ou o benefício do projeto.

A determinação do custo ou benefício é obtida através do Valor Presente Líquido (VPL), definido por Ross et. al. (2008, p.753) como o “valor presente de entradas líquidas futuras de caixa, descontadas à taxa de juros de mercado [ou ao custo de capital] apropriad[o], menos o valor presente do custo de investimento”, e é obtida através da equação:

$$VPL = -I_0 + \frac{FC_1}{(1 + r)}$$

Onde:

VPL = valor presente líquido

$I_0$  = custo do investimento no presente

$FC_1$  = fluxo de caixa estimado no período 1 (futuro)

$r$  = taxa de juros ou taxa de desconto.

A regra de decisão do VPL indica que o projeto será aceito se seu VPL for positivo, isto é, o valor presente dos seus fluxos de caixa futuros for superior ao custo do investimento. Caso contrário, o projeto será recusado.

Supondo, por exemplo, que uma empresa possa investir em um projeto sem risco com custo de R\$ 3.500.000, cujo valor de mercado previsto daqui a um ano é de \$ 4.000.000 e não gera outros fluxos de caixa futuros e que a taxa de juros vigente no mercado é de 7%. A decisão da realização do investimento passa pela determinação de seu VPL:

$$VPL = -3.500.000 + \frac{4.000.000}{1,07} = 238.317,76$$

Uma vez que seu VPL a uma taxa de juros de 7% é positivo, o projeto será aceito. No entanto, com taxas de juros maiores, o VPL seria negativo e o projeto seria recusado. Neste caso seria mais vantajoso aplicar o montante no mercado financeiro, pois o rendimento seria maior.

O exemplo acima, que considera um único período, pode ser estendido a um número maior ou infinito de períodos, trazendo a valor presente os fluxos de caixa futuros.

No caso de um número finito de períodos, se os fluxos de caixa estimados forem uniformes, o VPL é obtido através da equação:

$$VPL = -I_0 + \left\{ FC \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T} \right] \right\}$$

Onde:

VPL = valor presente líquido

$I_0$  = custo do investimento no presente

FC = fluxo de caixa estimado uniforme

$r$  = taxa de juros ou taxa de desconto

$T$  = número de períodos.

O termo entre chaves é chamado de valor presente de anuidade ou fórmula do fluxo de caixa descontado, isto é, o valor presente de “uma série uniforme de pagamentos regulares com duração finita” (Ross et al., 2008, p.86), e o termo entre colchetes é chamado fator de desconto de anuidade.



No caso de um número infinito de períodos e se os fluxos de caixa estimados forem uniformes, o VPL é obtido através da equação:

$$VPL = -I_0 + \frac{FC}{r}$$

Onde:

VPL = valor presente líquido

$I_0$  = custo do investimento no presente

FC = fluxo de caixa estimado uniforme

$r$  = taxa de juros ou taxa de desconto.

O termo  $\frac{FC}{r}$  é chamado de valor presente de perpetuidade, isto é, o valor presente de “uma série uniforme constante e infinita de fluxos de caixa” (Ross et al., 2008, p.84).

O exemplo citado nesta seção também considera que o projeto de investimento seja livre de risco. Caso o projeto possua risco, esse risco deve ser levado em consideração na determinação de  $r$ , também chamado de custo de oportunidade de capital, que pode ser obtido por meio do retorno esperado de uma ação ou de um setor com risco idêntico ou compatível com o risco do projeto<sup>2</sup>. Além deste caso, em alguns projetos de investimento a empresa ou o investidor exige uma taxa mínima de retorno. Nestes casos, a taxa  $r$  é chamada de *hurdle rate*.

A avaliação de investimentos através do VPL é largamente utilizada na avaliação de projetos de investimentos devido aos seus atributos, dos quais se destacam:

1. A utilização de fluxos de caixa, que podem ser obtidos através das demonstrações financeiras das empresas, e também são utilizados para outras finalidades como o pagamento de juros e dividendos.

---

<sup>2</sup> Um dos métodos mais utilizados para se calcular o custo de oportunidade do capital em projetos com risco é o Custo Médio Ponderado de Capital, também conhecido pela sigla WACC (do inglês *Weighted Average Cost of Capital*), que pondera a proporção do custo do capital próprio e de terceiros, considerando o risco através do parâmetro  $\beta$  por meio do Modelo de Precificação de Ativos de Capital, também conhecido pela sigla CAPM (do inglês *Capital Asset Pricing Model*), e descontando o Imposto de Renda.

2. A consideração de todos os fluxos de caixa do projeto, ao contrário de alguns outros modelos.
3. O desconto de todos os fluxos de caixa, ao contrário de outros modelos que ignoram o valor intertemporal do dinheiro.

Dados os aspectos descritos nesta seção, a determinação da aceitação ou rejeição de um projeto de investimento é o mesmo independente do número de períodos considerados e do risco. Isto é, o projeto será aceito se seu VPL for positivo e recusado se for negativo mesmo que sejam considerados apenas um, múltiplos ou infinitos períodos.

### ***1.2.2 Modelo de avaliação por *payback****

Um modelo alternativo ao VPL é o *payback*, que busca determinar o tempo necessário para recuperar o capital investido, conforme Ross et. al. (2008). A regra de aceitação ou rejeição de um projeto de investimento através de *payback* se baseia no período de corte determinado em função do tempo necessário para recuperar o capital investido. Qualquer projeto com período de *payback* igual ou inferior ao período de corte será aceito; caso contrário – com período de *payback* superior ao período de corte – será rejeitado. Supondo, por exemplo, que uma empresa tenha os seguintes fluxos de caixa previstos para o projeto de investimento I conforme a tabela 1 a seguir:

**TABELA 1**

**Fluxos de caixa estimados para o projeto I**

<b>Período</b>	<b>Valor (R\$)</b>
0	-20.000
1	12.000
2	8.000
3	4.000

Através da tabela acima, é possível determinar que o tempo necessário para recuperar o capital investido no período 0 é de dois anos, uma vez que os fluxos de caixa acumulados

no período 1 e 2 igualam o capital investido no período 0. Qualquer outro projeto com período de *payback* igual ou menor que dois anos será aceito; caso contrário, se possuir um período de *payback* maior que dois anos, o projeto será rejeitado.

### ***1.2.3 Modelo de avaliação por Taxa Interna de Retorno (TIR)***

Outra alternativa ao VPL é a Taxa Interna de Retorno (TIR), que busca determinar uma única taxa que reflita todas as informações de um projeto de investimento através de seus fluxos de caixa. A determinação dessa taxa independe do comportamento do mercado financeiro, por depender apenas dos fluxos de caixa relativos ao projeto, e da escala do projeto. Por estes motivos, essa taxa é dita intrínseca ou interna ao projeto.

Ross et. al. (2008) define a TIR como a “taxa de desconto a qual o VPL de um investimento é igual a zero”, ou seja, a taxa intrínseca ao projeto de investimento que anule o custo do investimento e os fluxos de caixa futuros. A determinação da TIR é obtida através da equação:

$$0 = -I_0 + \frac{FC_1}{(1 + r)}$$

A partir da determinação da TIR, é possível decidir sobre a aceitação ou a rejeição do projeto de investimento. O projeto deverá ser aceito se sua TIR for superior à taxa de desconto. Caso contrário, se sua TIR for inferior à taxa de desconto ou ao custo de capital, deverá ser rejeitado.

Retomando a relação do VPL e o exemplo da seção 1.2.1, o problema da determinação da TIR do projeto de investimento passa pela resolução de qual taxa de desconto zera o VPL do projeto:

$$0 = -3.500.000 + \frac{4.000.000}{(1 + r)}$$

Resolvendo para  $r$ , encontra-se aproximadamente 0,1429 ou 14,29%. À taxa de desconto de 7%, conforme o exemplo na seção 1.2.1, o projeto será aceito, por gerar um VPL

positivo. Caso a taxa de desconto fosse superior a 14,29%, o projeto seria rejeitado, por gerar um VPL negativo.

Assim como o VPL, o cálculo da TIR pode ser estendido a um número maior ou infinito de períodos. No entanto, a complexidade do cálculo da TIR aumenta conforme aumenta o número de períodos, gerando um polinômio de grau  $n$ , onde  $n$  é o número de períodos considerados. A determinação da TIR nesses casos é realizada através de tentativa e erro, por aproximação linear, ou com o auxílio de calculadoras ou *softwares* de informática, como a planilha eletrônica Microsoft Excel.

Conforme exposto nesta seção, existe uma equivalência entre os critérios da TIR e do VPL. Entretanto, tal equivalência é válida se e somente se o projeto apresentar um único fluxo de saída e os demais fluxos forem de entrada de caixa. Caso esta condição não ocorra, haverá dificuldades para a determinação da TIR. Este problema com a TIR e outros problemas dos modelos apresentados serão discutidos na seção seguinte.

### **I.3 Críticas às avaliações por VPL, *payback* e TIR**

Apesar da larga utilização por apresentarem a vantagem de serem baseados em fluxos de caixa, os modelos de VPL, *payback* e TIR possuem limitações. Esta seção apresentará as principais críticas a estes modelos.

#### ***I.3.1 Críticas às avaliações por VPL***

De acordo com Ross et. al. (2008, p.127), o Valor Presente Líquido é considerado o método de avaliação mais apropriado dentre os três modelos apresentados até agora devido aos seus atributos citados na seção I.2: a utilização de fluxos de caixa, a consideração de todos os fluxos de caixa e o desconto de todos os fluxos de caixa.

Entretanto, o uso do VPL apresenta diversas críticas. A principal crítica reside no fato de que a avaliação através do VPL é realizada de forma estática e gerenciada de forma passiva, desconsiderando novas informações que possam surgir ao longo da execução do projeto e que podem alterar o cenário previsto ou sua execução (Pereira; Pamplona, 2006).

Esta posição está relacionada às críticas de Dixit e Pindyck (1994), de que o VPL não leva em consideração os fatores incerteza, irreversibilidade e a escolha do momento ótimo para a realização de um projeto de investimento, e as de Minardi (2004) relativas ao caráter dinâmico e de alta competição dos mercados ao não incorporar flexibilidade gerencial, isto é, a possibilidade de alterar um projeto de investimento em função das condições financeiras e de mercado apresentadas em cada fase prevista.

Ainda com relação à flexibilidade gerencial e ao caráter estático e passivo da avaliação através do VPL, Minardi (2004) afirma que:

“As flexibilidades gerenciais possibilitam tanto capitalizar futuras oportunidades favoráveis ao negócio quanto diminuir perdas. Expandem o valor de oportunidade de um investimento, pois melhoram seu potencial de ganhos e limitam seu potencial de perdas relativas a um gerenciamento passivo ligado às expectativas iniciais. (...) Ao ignorar as flexibilidades para rever estratégias iniciais, o método do VPL, muitas vezes, subavalia projetos.” (p.16)

Os fatores citados acima podem ser levados em consideração na avaliação de um projeto de investimento com o cálculo do VPL incorporando a análise de sensibilidade, análise de cenários, simulações e árvores de decisões. No entanto, a incorporação dessas ferramentas apenas minimiza os fatores incerteza, irreversibilidade e escolha, mantendo seu aspecto estático. Projetos de investimento com maiores graus de incerteza, irreversibilidade e escolha devem ser avaliados através de modelos mais flexíveis, dentre eles o de Opções Reais, objeto desta monografia.

### ***1.3.2 Críticas às avaliações por *payback****

A avaliação de projetos de investimento através de *payback* sofre pelo menos cinco críticas, relacionados aos fluxos de caixa, ao valor intertemporal do dinheiro e à determinação do período de *payback*.

A primeira crítica se relaciona com o fato de que a avaliação por *payback* não considera o valor do dinheiro no tempo. Por levar em consideração apenas o período de *payback* determinado, desconsidera o valor presente dos fluxos de caixa estimados.

A segunda crítica é relacionada com a primeira, uma vez que a avaliação por *payback* desconsidera a distribuição dos fluxos de caixa ao longo do tempo dentro do período de

*payback*. Dois ou mais projetos podem possuir o mesmo período de *payback*, mas podem apresentar distribuições diferentes dos seus fluxos de caixa, resultando em valores presentes diferentes. Supondo, por exemplo, que conforme a tabela 2 a seguir uma empresa tenha os fluxos de caixa previstos pra dois projetos de investimentos equivalentes 2A e 2B.

**TABELA 2**

**Fluxos de caixa estimados dos projetos 2A e 2B**

<b>Período</b>	<b>Projeto 2A</b>	<b>Projeto 2B</b>
0	-500	-500
1	100	250
2	150	150
3	250	100
4	300	300
Período de <i>payback</i> (anos)	3	3

Segundo a tabela 2, ambos os projetos possuem um período igual de *payback*. No entanto, os fluxos de caixa no projeto A são crescentes, de R\$ 100 a R\$ 250 no período de *payback*, enquanto no projeto B são decrescentes, de R\$ 250 a R\$ 100. Devido ao fato de que os fluxos de caixa de maior valor ocorrem no início da série e possuem menor desconto, o projeto 2B possui um VPL maior que o projeto 2A.

Apesar de possuírem o mesmo tempo de *payback*, os dois projetos não possuem VPLs iguais como explicado acima. Ao contrário do VPL, a avaliação através de *payback* desconsidera a distribuição dos fluxos de caixa ao longo do tempo e desconsidera o valor intertemporal do dinheiro, ao não descontar os fluxos de caixa.

A terceira crítica é idêntica a segunda e também é relacionada à primeira. A avaliação por *payback* desconsidera os fluxos de caixa após o período de *payback*. Projetos podem possuir o mesmo período de *payback*, mas podem apresentar fluxos de caixa posteriores diferentes, resultando também em VPLs diferentes, conforme o exemplo da tabela 3 abaixo.

**TABELA 3****Fluxos de caixa estimados dos projetos 2B e 3**

<b>Período</b>	<b>Projeto 2B</b>	<b>Projeto 3</b>
0	-500	-500
1	250	250
2	150	150
3	100	100
4	300	3.000
Período de <i>payback</i> (anos)	3	3

Segundo a tabela 3, os projetos de investimento equivalentes 2B e 3 possuem um período igual de *payback* e os mesmos fluxos de caixa até o período de *payback*. No entanto, o projeto 3 apresenta um fluxo de caixa após o período de *payback* superior ao do projeto 2B. O valor presente do fluxo de caixa futuro do projeto 3 também é maior do que do projeto 2B. Portanto, o projeto 3 possui um VPL maior que o projeto 2B e seria escolhido.

Apesar de possuírem o mesmo tempo de *payback* e os mesmos fluxos de caixa até o período de *payback*, os dois projetos não possuem VPLs iguais. Esta crítica é semelhante à segunda, pelo fato da avaliação através de *payback* desconsiderar os fluxos de caixa ao longo do tempo após o período de *payback* e desconsiderar o valor do dinheiro do tempo, ao não descontar os fluxos de caixa.

Como consequência das críticas anteriores, a quarta crítica se relaciona ao fato de que a avaliação por *payback* considera que todos os fluxos de caixa antes do período de *payback* tenham o mesmo peso, independente da ordem em que ocorram e dos seus respectivos VPLs.

A quinta crítica é relacionada com a determinação do período de *payback*. Ao contrário do VPL, no qual a escolha da taxa de desconto pode ser feita com base no mercado financeiro ou no mercado de capitais, a escolha do período de *payback* é subjetiva. Por não existir uma alternativa à definição do período de *payback*, a escolha depende da opinião e

conhecimento de quem avalia o projeto de investimento. Por ser subjetiva, essa escolha é em certa medida arbitrária.

### ***1.3.3 Críticas às avaliações por TIR***

A Taxa Interna de Retorno apresenta como maior vantagem o fato de que resume todas as informações de um projeto de investimento através de seus fluxos de caixa em uma taxa. No entanto, a avaliação através da TIR enfrenta críticas, dentre as quais se destacam cinco detalhadas abaixo.

A primeira crítica reside no fato de que projetos que apresentem um fluxo de saída e os fluxos posteriores de entrada e de saída de caixa possuem mais de uma TIR. Este fato pode ser explicado pela teoria dos polinômios. Conforme descrito na seção I.4, o cálculo da TIR gera um polinômio de grau  $n$  com  $n$  raízes, onde  $n$  é o número de períodos.

Em projetos com um único fluxo de saída e os demais fluxos de entrada de capital, todas as  $n$  raízes são iguais, isto é, existe uma única raiz. No caso de projetos com diversos fluxos de entrada e saída de capitais, ocorrendo inversão de sinais, cada inversão corresponde a uma raiz diferente, resultando em múltiplas TIRs, conforme provado pelo teorema de Descartes (Balarine, 2002, p.9).

Supondo, por exemplo, que uma empresa tenha o seguinte fluxo de caixa previsto para o projeto de investimento IV conforme a tabela 4 a seguir.

**TABELA 4**

**Fluxos de caixa estimados do projeto IV**

<b>Período</b>	<b>Projeto IV</b>
0	-180
1	465
2	-300



O fluxo de caixa acima resulta em duas TIRs, por possuir duas inversões de sinais. O cálculo da TIR do projeto acima em uma calculadora financeira HP-12C resulta em erro, devido ao fato de que encontra a TIR através de tentativa e erro atribuindo taxas de desconto, não conseguindo determinar qual das duas taxas encontradas é a apropriada.

A função TIR da planilha eletrônica Microsoft Excel fornece a menor taxa dentre as calculadas, no caso 25,0%. Realizando manualmente o cálculo das raízes, encontra-se a outra TIR (33,3%).

Em situações como a descrita no exemplo acima, não é possível determinar qual TIR é válida. Portanto, o projeto de investimento deve ser avaliado através do VPL, aceitando o projeto caso o VPL seja positivo e recusando caso o VPL seja negativo.

A segunda crítica está relacionada a problemas na distribuição dos fluxos de caixa ao longo do tempo em projetos de investimento mutuamente excludentes, isto é, aqueles em que a escolha de um projeto implica na rejeição do outro. As diferenças na distribuição e nos valores dos fluxos de caixa resultam em situações em que um projeto possui maior TIR, mas não o maior VPL. Em outras palavras, uma TIR maior não significa um maior VPL.

Supondo, por exemplo, que uma empresa tenha os seguintes fluxos de caixa previstos para dois projetos de investimentos mutuamente excludentes 5A e 5B, conforme a tabela 5 a seguir.

**TABELA 5**

**Fluxos de caixa estimados dos projetos 5A e 5B**

Projeto	Período				VPL (R\$)				TIR (%)
	0	1	2	3	r=5,00%	r=10,00%	r=10,55%	r=15,00%	
5A	-52,50	52,50	5,25	5,25	6,47	3,19	2,87	0,50	16,04%
5B	-52,50	5,25	5,25	63,00	11,13	3,59	2,87	-2,21	12,94%

Conforme a tabela 5 acima, o projeto 5A possui a maior TIR e seria aceito caso a TIR fosse o único critério utilizado. Entretanto, a uma taxa de desconto de 10,55% ambos os projetos têm o mesmo VPL. O VPL do projeto 5B é maior à medida que a taxa de desconto é menor.

Portanto, a uma taxa de desconto inferior a 10,55% o projeto B teria um VPL maior que o projeto A, apesar de sua TIR ser inferior à do projeto A. Em outras palavras, caso o investidor tenha como objetivo um retorno mínimo de até 10,55%, o projeto B deveria ser aceito e o A rejeitado, apesar do projeto A possuir maior TIR.

A terceira crítica se relaciona com o fato de ao resumir todas as informações em uma taxa, a TIR desconsidera a escala do projeto. Este fato é melhor verificado ao analisar projetos mutuamente excludentes. Supondo, por exemplo, que uma incorporadora possua um terreno em uma área valorizada e tenha como alternativas construir um estacionamento ao custo de R\$ 20.000 ou construir um prédio de escritórios ao custo de R\$ 40 milhões. Estima-se que o estacionamento gerará fluxos de caixa futuros de R\$ 20.000 permanentemente e que o prédio será vendido ao preço de R\$ 48 milhões em um ano. Através do cálculo das TIR do projeto do estacionamento e do projeto do prédio de escritórios obtemos:

$$0 = -20.000 + \frac{20.000}{r} \therefore r = 1,00 = 100,0\%$$

$$0 = -40.000.000 + \frac{48.000.000}{r} \therefore r = 0,20 = 20,0\%$$

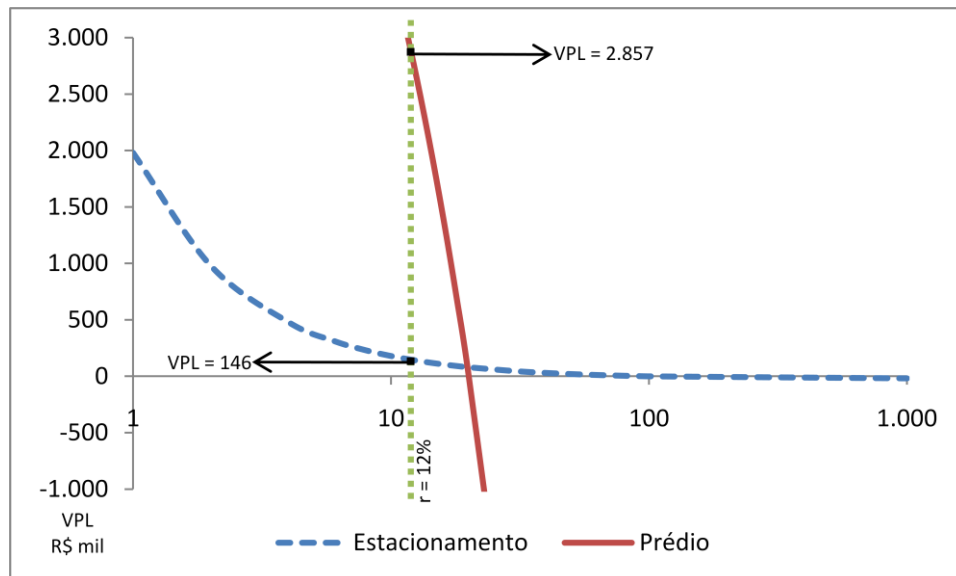
A avaliação através da TIR indicaria que a construção do estacionamento é mais vantajosa do que a construção do prédio de escritórios. Entretanto, a um custo de capital inferior a 20%, a construção do prédio de escritórios revela-se vantajosa, conforme o gráfico da figura 1 na página seguinte. Supondo que o custo de capital seja de 12% ao ano, temos os seguintes VPLs:

$$VPL_{estacionamento} = -20.000 + \frac{20.000}{0,12} = 146.666,67$$

$$VPL_{prédio} = -40.000.000 + \frac{48.000.000}{1,12} = 2.857.142,86$$

**FIGURA 1**

**VPLs dos projetos do estacionamento e do prédio em função do custo de capital  $r$**



Apesar do projeto do estacionamento possuir um maior TIR, sua escala é muito menor que a construção do prédio de escritórios, portanto resultando em menores VPLs que o projeto do prédio de escritórios. Caso o estacionamento possuísse uma escala maior, por ter uma TIR maior também poderia gerar maiores VPLs. No caso de situações como a descrita nos dois últimos exemplos, não é recomendado utilizar apenas a TIR, sendo recomendado também o emprego do VPL na avaliação de projetos de investimento mutuamente excludentes.

A quarta crítica se resume ao fato de que nem todos os projetos possuem fluxos de caixa cujos VPLs aumentam na medida em que a taxa de desconto ou o custo de capital cai. Supondo, por exemplo, dois projetos de investimento com duração de um ano e os seguintes fluxos de caixa previstos na tabela 6 na página a seguir.

O projeto 6A consiste em conceder um empréstimo de R\$ 200,00 no presente e receber em um ano R\$ 300,00. O projeto 6B consiste no inverso, tomar um empréstimo de R\$ 200,00 no presente e pagar em um ano R\$ 300,00. Pela regra da TIR ambos os projetos possuem o mesmo retorno de 50%, isto é, em 6A está se concedendo um empréstimo a 50% e em 6B tomando um empréstimo a 50%. Entretanto, a uma taxa de juros de 10% ao ano, o VPL do projeto 6A é positivo e do projeto 6B é negativo.

**TABELA 6****Fluxos de caixa estimados dos projetos 6A e 6B**

Projeto	Período		TIR	VPL (R\$)
	0	1		$r=10,0\%$
6A	-200	300	50%	72,73
6B	200	-300	50%	-72,73

Este exemplo mostra que no caso da concessão de empréstimos o investidor busca uma alta taxa de retorno. No caso contrário, de tomar um empréstimo, o investidor busca uma menor taxa de retorno. Neste caso, quanto menor a taxa de desconto ou do custo de capital, maior o VPL. A TIR neste caso não funciona corretamente e deve se buscar uma TIR menor do que a taxa de desconto ou o custo de capital.

A quinta crítica se relaciona à estrutura a termo das taxas de juros ou do custo de capital. Até agora, foi mantida a hipótese de que a taxa de desconto ou o custo de capital é o mesmo ao longo do período de vida do projeto. Entretanto, caso se considere diferentes taxas ou custos no curto e no longo prazo a comparação entre a TIR e as diferentes taxas de desconto ou custos de capital se torna mais complexa. Neste caso, é necessário se realizar o cálculo ponderado das taxas ou custos de curto e longo prazo a fim de se obter uma taxa ou custo médio ou comparar a TIR do projeto com a taxa de rendimento esperada de um ativo com risco e fluxos de caixa idênticos ao projeto.

Apesar das críticas apresentadas nesta seção, a Taxa Interna de Retorno é um método popular para analisar projetos principalmente pela sua simplicidade. Muitas empresas e analistas ao utilizarem a TIR ajustam os fluxos de caixa previstos e consideram uma única taxa de desconto ou custo de capital de maneira a obter uma TIR confiável e de possível comparação com o VPL. Outra alternativa adotada é a Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM), a qual considera que os fluxos de caixa intermediários são reinvestidos a uma taxa de juros  $r$ .

## **II. OPÇÕES FINANCEIRAS E REAIS E A AVALIAÇÃO DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS**

O escopo deste capítulo abrange a conceituação e caracterização de opções e apresentar os principais modelos de precificação de opções. A partir da definição de opções, serão apresentadas suas principais características que as definem, na seção II.1.

A seção II.2 trata dos dois principais modelos de precificação de opções financeiras: o modelo de Black e Scholes, apresentado em 1973; e o modelo binomial, desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein em 1979. Os fundamentos, hipóteses e restrições de ambos os modelos serão apresentados e discutidos nas seções II.2.1 e II.2.2, respectivamente.

A aplicação da teoria e dos modelos de opções à avaliação de investimentos – opções reais – será apresentada e discorrida na seção II.3. Nesta seção serão discutidas as características, as semelhanças e diferenças entre as opções reais e opções financeiras e apresentadas alguns tipos e estratégias de opções reais, nas seções II.3.1 e II.3.2, respectivamente.

### **II.1 Conceitos básicos sobre opções**

Opções são contratos que dão o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender um ativo no futuro a um preço determinado. As opções financeiras são as mais conhecidas, sendo as opções sobre ações o tipo de opção mais negociado, que são negociadas em bolsa desde 1973 nos Estados Unidos. Por se tratarem de um tipo especial de contrato, que prevêm direitos e não obrigações ao comprador, as opções possuem características específicas. Essas características serão detalhadas nas subseções a seguir.

### ***II.1.1 Tipos de opções***

Uma característica fundamental diz respeito ao tipo de opção. Existem dois tipos de opção: a opção de compra ou *call*, que dá ao seu detentor o direito de adquirir um ativo-objeto a um preço pré-definido – dito preço de exercício ou *strike* – em uma data pré-definida – dita data de vencimento; e a opção de venda ou *put*, que dá ao seu detentor o direito de vender um ativo-objeto ao preço de exercício na data de vencimento.

Conforme dito na introdução desta seção, uma opção dá o direito ao comprador o direito de comprar ou vender um ativo-objeto, efetuando um pagamento ao vendedor por esse direito. Por outro lado, uma opção prevê a *obrigação* do vendedor de vender ou comprar o ativo-objeto caso o comprador decida exercê-la.

Caso o detentor da opção de compra decida exercer seu direito de compra, o vendedor ou lançador dessa opção é obrigado a entregar a quantidade negociada do ativo-objeto e a receber do detentor o valor previsto pelo preço de exercício.

No caso de uma opção de venda, caso o detentor dessa opção decida exercer seu direito de venda, o vendedor ou lançador dessa opção é obrigado a receber a quantidade negociada do ativo-objeto e a pagar ao detentor o valor previsto pelo preço de exercício.

### ***II.1.2 Tipos de opções relativos ao exercício***

Outra característica importante é relacionada ao direito de quando exercer a opção. Uma opção é dita do tipo européia quando a opção somente pode ser exercida na data de vencimento. Uma opção do tipo americana pode ser exercida em qualquer momento desde sua aquisição até a data de vencimento.

### ***II.1.3 Tipos de posições em opções***

Opções podem ser também classificadas com relação à compra ou venda. Existem duas posições básicas: comprado em uma opção ou *long*, quando o investidor adquire uma opção; e vendido em uma opção ou *short*, quando o investidor lança uma opção.

### II.1.4 Valor de uma opção

As seções a seguir têm por objetivo explicar de maneira qualitativa o valor de uma opção. Será explicado de maneira genérica como o valor de uma opção é determinado em função do valor do ativo-objeto e do valor de exercício, a relação entre o valor de uma opção de compra e uma opção de venda, os limites ao valor de uma opção e os fatores que determinam o valor de uma opção.

#### II.1.4.1 Valor intrínseco e valor temporal de uma opção

Opções podem ser também classificadas conforme o seu valor no momento em que são exercidas. O valor de uma opção é formado pelo seu valor intrínseco, formado pelo preço do ativo-objeto  $S$  e do preço de exercício  $X$ , e pelo valor seu valor temporal, que resulta da possibilidade do mercado tornar a opção dentro do dinheiro.

Uma opção é dita dentro do dinheiro ou *in the money* quando seu valor no momento em que é exercida é maior que zero. Do contrário, é dita fora do dinheiro ou *out of the money* quando seu valor é igual ou inferior a zero no momento em que pode ser exercida. Com base nesta classificação, é possível definir de forma sintética o valor de uma opção conforme o tipo e a posição em função do seu valor intrínseco, conforme ilustrado no quadro 1 abaixo.

### QUADRO 1

**Valor de uma opção por posição e tipo em função  
do preço do ativo-objeto  $S$  e do preço de exercício  $X$**

<div>Posição</div> <div>Tipo</div>	Comprado	Vendido
Opção de compra	$\max(S - X, 0)$	$-\max(S - X, 0)$ = $\min(X - S, 0)$
Opção de venda	$\max(X - S, 0)$	$-\max(X - S, 0)$ = $\min(S - X, 0)$

No cálculo dos retornos apresentado acima é desconsiderado o pagamento feito pela aquisição da opção, pois o valor pago pela opção apenas garante o direito de exercer a opção e o valor da opção depende exclusivamente do valor do ativo-objeto e do valor de exercício. Mesmo que a opção tenha seu valor intrínseco fora do dinheiro, seu valor total será igual ao valor temporal. Entretanto, segundo Hull (2005) opções americanas geralmente não são exercidas antes do vencimento, pois o valor de mercado supera seu valor intrínseco por incorporar o valor temporal. Portanto, o exercício antecipado se revela não lucrativa.

Conforme o quadro 1, o investidor comprado em uma opção a exercerá se no vencimento ela estiver dentro do dinheiro. Caso contrário, se a opção estiver fora do dinheiro, o detentor da opção sofrerá um prejuízo caso a exerça. Portanto, a opção não é exercida e o valor da opção é zero. A lógica invertida se aplica caso o investidor estivesse em uma posição vendida.

#### *II.1.4.2 Paridade de valor entre opções de compra e de venda*

Os valores de uma opção de compra e de uma opção de venda que possuam o mesmo prazo de vencimento e o mesmo preço de exercício são relacionados entre si. Essa relação é definida pela chamada Lei do Preço Único, em que o preço de uma opção de compra e de uma opção de venda sobre o mesmo ativo-objeto com o mesmo valor e prazo de exercício têm que ser iguais, pois do contrário isso abre a possibilidade de ganhos de arbitragem. Isto pode ser visualizado através da relação de paridade entre opções de compra e opções de venda:

$$C = P + S - X$$

Onde:

C = valor da opção de compra

P = valor da opção de venda

S = valor do ativo-objeto

X = valor presente do preço de exercício.

A relação acima pode ser provada através da construção de uma carteira replicadora, formada pela aquisição de uma opção de compra européia, a aplicação do valor presente de X



à taxa de juros sem risco, a venda a descoberto do ativo-objeto e o lançamento de uma opção de venda européia. No momento zero, o valor desta carteira,  $K_0$ , será:

$$K_0 = -C - X_0 + S_0 + P$$

Onde:

$K_0$  = valor da carteira replicadora no momento zero

$C$  = valor da opção de compra

$X_0$  = valor  $X$  aplicado à taxa de juros livre de risco

$S_0$  = valor do ativo-objeto no momento zero

$P$  = valor da opção de venda.

No momento de vencimento  $T$ , o valor da carteira replicadora  $K$  dependerá do valor do ativo-objeto  $S_T$ . Isto pode ser visualizado no quadro 2 abaixo.

## QUADRO 2

### Valor da carteira replicadora da paridade entre opções de compra e venda

Valor de $S_T$ Componente da carteira	$S_T \leq X$	$S_T > X$
Opção de compra $C$	Fora do dinheiro, abandonada $\rightarrow 0$	Dentro do dinheiro, exercida $\rightarrow S_T - X$
Aplicação $X_0$	$X$	$X$
Venda a descoberto do ativo-objeto $S_0$	Devolvida $\rightarrow -S_T$	Adquirida $\rightarrow -S_T$
Opção de venda $P$	Dentro do dinheiro, exercida $\rightarrow X - S_T$	Fora do dinheiro, abandonada $\rightarrow 0$
Carteira replicadora $K$	$K = 0 + X - S_T - (X - S_T) = 0$	$K = S_T - X + X - S_T + 0 = 0$

Se no momento de vencimento  $T$  o valor do ativo-objeto for menor ou igual ao valor de exercício, a opção de compra estará fora do dinheiro e não será exercida; a aplicação valerá  $X$ ; a ação  $S$  vendida a descoberto terá que ser devolvida, gerando um desembolso de  $-S_T$ ; e a opção de venda estará dentro do dinheiro, sendo exercida e provocando um desembolso de  $(X - S_T)$ . O valor da carteira replicadora  $K$  ao final será zero.

Por outro lado, se no momento de vencimento  $T$  o valor do ativo-objeto maior que o valor de exercício, a opção de compra estará dentro do dinheiro e será exercida, gerando um retorno de  $S_T - X$ ; a aplicação valerá  $X$ ; a ação  $S$  vendida a descoberto será adquirida, gerando um desembolso de  $-S_T$ ; e a opção de venda estará fora do dinheiro e não será exercida. O valor da carteira replicadora  $K$  ao final também será zero.

Portanto, conclui-se que o valor da carteira replicadora será sempre zero, independente do valor do ativo-objeto no momento do vencimento. Uma vez que não há possibilidade de arbitragem, o valor da carteira replicadora no momento 0 também será zero. Logo:

$$K_0 = -C - X_0 + S_0 + P = 0$$

Rearranjando a relação acima para  $C$ , encontra-se a relação de paridade de valor entre opções de compra e venda apresentada no início desta seção:

$$C = P + S - X_0$$

#### *II.1.4.3 Limites do valor de uma opção*

Nas seções anteriores foram apresentados os possíveis valores de uma opção com base no seu tipo e posição. Nesta seção serão detalhados os limites ao valor de uma opção respeitando a Lei do Preço Único, definido o limite superior e inferior do valor de uma opção de maneira a não existir possibilidade de ganhos com arbitragem.

##### *II.1.4.3.1 Limite superior do valor de uma opção*

Conforme explicado anteriormente, uma opção de compra dá ao seu titular o direito de adquirir um ativo-objeto ao preço de exercício definido. O limite superior ao valor de uma opção de compra  $C$  é o valor do próprio ativo-objeto  $S$ , uma vez que não é racional pagar mais pelo direito de adquiri-lo do que comprá-lo diretamente no mercado.

No caso de uma opção de venda, que dá ao seu titular o direito de vender um ativo-objeto ao preço de exercício definido, o limite superior ao valor de uma opção de compra  $P$  é o valor do exercício da opção  $X$ , uma vez que não é racional pagar mais pelo direito de vender o ativo-objeto do que vendê-lo diretamente no mercado.

#### *II.1.4.3.2 Limite inferior do valor de uma opção*

De acordo com o quadro 1, uma opção de compra estará dentro do dinheiro quando o valor do ativo-objeto  $S$  for maior do que o valor de exercício  $X$ . Logo, o valor mínimo da opção  $C$  deverá ser no máximo igual à diferença entre o valor do ativo-objeto e seu valor de exercício. Caso o valor da opção fosse inferior a essa diferença, estaria aberta a possibilidade de ganhos de arbitragem sem risco, permitindo ao investidor adquirir a opção e exercê-la logo em seguida, ganhando a diferença entre o valor pago pela opção  $C$  e o recebido pela venda do ativo-objeto  $S$ . Devido à eficiência dos mercados, novos investidores comprarão essa opção de compra e a levarão até o seu limite mínimo, acabando com a possibilidade de obter ganhos de arbitragem.

Por outro lado, estará dentro do dinheiro quando o valor de exercício  $X$  for maior do que o valor do ativo-objeto  $S$ . Portanto, o valor mínimo da opção  $P$  deverá ser no máximo igual à diferença entre o valor de exercício e o valor do ativo-objeto. Assim como no caso da opção de compra, se o valor da opção fosse inferior a essa diferença, estaria aberta a possibilidade de ganhos de arbitragem sem risco, permitindo ao investidor adquirir a opção e exercê-la logo em seguida, ganhando a diferença entre o valor pago pela opção  $P$  e o recebido pela compra do ativo-objeto  $S$ . O preço da opção também seria levado ao seu limite inferior pela eficiência do mercado, pelo mesmo motivo exposto no parágrafo acima relativo a opções de compra.

O quadro 3 a seguir resume de forma sintética os limites superiores e inferiores de uma opção de compra e uma opção de venda.

### QUADRO 3

#### Limites inferior e superior do valor de uma opção

Limite Tipo	Superior	Inferior
Opção de compra	$C \leq S$	$C \geq S - X$ (americana) $C \geq S - Xe^{-rt}$ (européia)
Opção de venda	$P \leq X$ (americana) $P \leq Xe^{-rt}$ (européia)	$C \geq X - S$ (americana) $C \geq X - Se^{-rt}$ (européia)

Cabe ressaltar que existe uma pequena diferença nos limites de uma opção americana e uma opção européia. No caso de uma opção americana, é considerado o valor do ativo-objeto no momento do exercício. Em contrapartida, no caso de opções européias deve se considerar o valor do ativo-objeto descontado continuamente à taxa de juros sem risco, uma vez que a mesma somente pode ser exercida no momento do vencimento.

#### II.1.4.4 Fatores determinantes do valor de uma opção

O valor de uma opção é determinado por cinco variáveis, cujas influências sobre opções de compra e de venda serão detalhadas a seguir. O efeito de cada variável será explicado pressupondo que as demais variáveis sejam mantidas constantes.

O valor do ativo-objeto  $S$  influencia de maneira positiva o valor de uma opção de compra. Isso pode ser visualizado pelo retorno de uma opção de compra exibido no quadro 1. Uma opção de compra está dentro do dinheiro se  $S - X$  for positivo. Logo, quanto maior o valor de  $S$ , maior o valor da opção. A lógica contrária se aplica a uma opção de venda, pois seu valor diminui à medida que o valor do ativo-objeto aumenta por estar dentro do dinheiro se  $X - S$  for positivo.

Já o valor de exercício  $X$  influencia de maneira inversa o valor de uma opção em relação ao valor do ativo-objeto. O valor de uma opção de compra será menor à medida que o valor de exercício for maior e o valor de uma opção de venda será maior à medida que o valor de exercício for maior.

O prazo de vencimento  $T$  por sua vez influencia de maneira positiva o valor de uma opção de compra quanto o valor de uma opção de venda. Ao comparar duas opções com características iguais, mas prazos de vencimentos diferentes, a opção com maior prazo de vencimento terá pelo menos o mesmo valor que a opção com menor prazo. O maior valor deriva do fato que quanto maior o vencimento, maior a flexibilidade e maior a possibilidade do titular da opção de obter maiores ganhos ou perdas, resultando em maior valor temporal.

A taxa de juros  $r$  influencia de maneira positiva o valor de uma opção de compra, pois quanto maior a taxa de juros, menor o valor presente o valor do exercício, o que eleva o valor da opção. Por outro lado, o valor de uma opção de venda é influenciado negativamente pela taxa de juros, uma vez que o valor presente do preço de exercício a ser recebido na venda do ativo-objeto é menor à medida que a taxa de juros é maior.

A volatilidade  $\sigma$  pode ser definida como o desvio-padrão dos retornos do valor do ativo-objeto. Quanto maior a volatilidade, maior a possibilidade de o investidor obter maiores ganhos ou maiores perdas. Essa maior possibilidade de retornos influencia positivamente tanto o valor de uma opção de compra quanto o valor de uma opção de venda.

Os efeitos das variáveis explicadas são resumidos no quadro 4 abaixo. Os efeitos positivos são indicados pelo sinal  $+$  e os efeitos negativos pelo sinal  $-$ .

#### QUADRO 4

##### Fatores determinantes do valor de uma opção

<b>Variável \ Tipo</b>	<b>Opção de compra</b>	<b>Opção de venda</b>
Valor do ativo-objeto ( $S$ )	+	-
Valor de exercício ( $X$ )	-	+
Prazo de vencimento ( $T$ )	+	+
Taxa de juros ( $r$ )	+	-
Volatilidade ( $\sigma$ )	+	+

Fonte: elaboração própria sobre Minardi (2004) e Ross et al. (2008).

Por outro lado, o valor esperado do ativo-objeto e a aversão ao risco dos investidores não influenciam o valor da opção. O valor do ativo-objeto em qualquer momento já incorpora todas as expectativas relacionadas ao seu valor e ao risco naquele instante.

## **II.2 Modelos de precificação de opções**

Conforme detalhado no capítulo I, apesar de apresentar vantagens na avaliação de ativos e projetos de investimento, o VPL possui limitações relacionadas à falta de flexibilidade na avaliação dos fluxos de caixa e à taxa de desconto. O uso do VPL na avaliação de opções se demonstrou mal sucedida devido à impossibilidade de determinar qual a taxa de desconto apropriada, uma vez que uma opção geralmente possui um risco maior que o ativo-objeto, mas ser de difícil determinação a magnitude desse risco.

Desde a década de 1970 foram desenvolvidos diversos modelos para avaliação de opções, dentre os quais se destacam os desenvolvidos nos trabalhos de Black e Scholes (1973) e de Cox, Ross e Rubinstein (1979). A partir do modelo criado por Black e Scholes, baseado em um processo estocástico<sup>3</sup> para o preço do ativo-objeto em tempo contínuo, Cox, Ross e Rubinstein desenvolveram o chamado modelo binomial, com base em um processo estocástico para o preço do ativo-objeto em tempo discreto.

### ***II.2.1 Modelo de opções Black e Scholes***

O modelo Black e Scholes de precificação de opções foi publicado pela primeira vez em um artigo em 1973. Desde então se tornou o modelo mais conhecido e utilizado na avaliação de opções, pelo seu reduzido número de parâmetros, pelo fato de alguns parâmetros serem de fácil observação e pela simplicidade de sua aplicação.

O modelo criado por Black e Scholes se baseia em um processo estocástico para o preço do ativo-objeto em tempo contínuo e é apropriado para determinar o preço de opções de compra e opções de venda do tipo européia.

---

<sup>3</sup> Gujarati (2006) define processo estocástico como “um conjunto de variáveis aleatórias ordenadas no tempo” e é um conceito-chave para o estudo de séries temporais. A palavra “estocástico” tem origem no grego *stokos*, cujo significado é alvo ou meta.

A validade do modelo Black e Scholes depende das seguintes hipóteses que o fundamentam:

1. A opção é do tipo européia, isto é, apenas pode ser exercida no vencimento;
2. O preço do ativo-objeto é contínuo e segue um processo estocástico do tipo browniano geométrico<sup>4</sup> com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ ;
3. O preço do ativo-objeto segue a distribuição lognormal<sup>5</sup>;
4. O ativo-objeto não gera fluxos de caixa;
5. O ativo-objeto é divisível;
6. O funcionamento do mercado e a comercialização do ativo-objeto são contínuos;
7. Os impostos e os custos de transação, como corretagem ou comissões, são iguais a zero;
8. Não há exigência de margem de garantia, isto é, não há impedimentos ou penalidades para vendas a descoberto;
9. Não há a possibilidade de obter ganhos de arbitragem sem risco;
10. A taxa de juros livre de risco é conhecida e constante e é igual para diferentes prazos
11. A volatilidade do ativo-objeto é constante.

O modelo Black e Scholes é adequado para determinar o valor de opções européias por seguir um processo estocástico em tempo contínuo e a distribuição lognormal. A distribuição lognormal é utilizada porque o valor de um ativo-objeto, como uma ação, não assume valores negativos. O uso do logaritmo evita que o modelo resulte em valores negativos para a opção.

---

<sup>4</sup> O movimento browniano geométrico é um tipo específico de processo estocástico, baseado no processo de Wiener e no lema de Ito, no qual a única informação relevante para estimar o futuro é o valor presente e os valores em dois momentos no tempo são independentes. Para maiores explicações, ver Hull (2005).

<sup>5</sup> Uma variável aleatória definida como  $Y = e^X$  segue a distribuição lognormal se a variável aleatória  $X$  seguir a distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  (Mello, 2009, p.5).

Além de ser apropriado para determinar o valor de opções européias, o modelo Black e Scholes é válido para ativos que não gerem fluxos de caixa intermediários até seu vencimento. Caso o ativo-objeto gere algum fluxo de caixa intermediário, como o dividendo de uma ação, esse fluxo de caixa impacta negativamente o valor do ativo e por consequência da opção.

O funcionamento do mercado e a comercialização do ativo-objeto e da opção é suposto ser contínuo, em conformidade com o processo seguido pelo modelo. As hipóteses de que o ativo-objeto é divisível e que não há a cobrança de margem de garantia bem como de impostos e custos de transação são necessárias para a montagem de uma carteira replicadora composta pelo ativo-objeto e uma opção sobre esse ativo com retorno igual à taxa de juros livre de risco, com o objetivo de reproduzir os fluxos de caixa, o retorno e o risco da opção<sup>6</sup>. O uso de uma carteira replicadora garante que a Lei do Preço Único não será violada e, portanto, não há possibilidade de arbitragem sem risco.

Por fim, a taxa de juros livre de risco e a volatilidade constantes são necessárias para que seja possível utilizar um processo contínuo. Caso a estrutura a termo da taxa de juros fosse diferenciada conforme o prazo ou a volatilidade não fosse constante, não seria possível calcular o valor da opção com o uso de um processo contínuo, sendo necessário seguir um processo discreto adaptado a essa mudança.

Caso alguma das hipóteses acima seja violada, o modelo pode ser adaptado de maneira que ele permaneça válido. Um caso é o modelo Black e Scholes adaptado para ações que rendam dividendos, em que pequenas alterações mantêm a validade do mesmo. Por prever fluxos de caixa intermediários até o vencimento da opção, essa variação pode ser utilizada na análise de projetos de investimentos.

Por utilizar a distribuição lognormal padronizada e seguir um processo estocástico contínuo, o cálculo do valor de uma opção de compra é simplificado e é resolvido através da equação:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2)$$

---

<sup>6</sup> Para maiores detalhes sobre o desenvolvimento e a prova do modelo de Black e Scholes, ver Hull (2005) ou Minardi (2004).



Onde:

$N(d_1)$  = probabilidade normal padronizada da variável aleatória  $d_1$

$$d_1 = \frac{\left[ \ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t \right]}{\sqrt{\sigma^2 t}}$$

$N(d_2)$  = probabilidade normal padronizada da variável aleatória  $d_2$

$$d_2 = d_1 - \sqrt{\sigma^2 t}$$

$S$  = preço do ativo-objeto

$X$  = valor presente do preço de exercício

$r$  = taxa de juros em um período de tempo de um ativo livre de risco capitalizada continuamente

$\sigma^2$  = variância em um período de tempo da taxa de retorno contínua do ativo-objeto

$t$  = prazo em períodos de vencimento de exercício da opção.

Utilizando os mesmos parâmetros, o cálculo do valor de uma opção de venda é obtido através da resolução da equação:

$$P = Xe^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1)$$

Os parâmetros  $S$ ,  $X$ ,  $r$  e  $t$  são conhecidos e observáveis no mercado. Já o parâmetro  $\sigma^2$  não é diretamente observável e deve ser estimado<sup>7</sup>. O valor esperado do ativo-objeto não influencia o valor da opção, pois o preço atual do ativo já incorpora todas as expectativas relacionadas ao valor do ativo. Da mesma maneira, o grau de aversão ao risco do investidor também não influencia o valor da opção, pois a variância da taxa de retorno do ativo já incorpora todas as expectativas relacionadas ao risco do ativo.

---

<sup>7</sup> A volatilidade pode ser estimada historicamente, por meio de uma série temporal, ou implicitamente, através do próprio modelo de Black e Scholes caso sejam conhecidas os valores das demais variáveis.

Supondo, por exemplo, que a empresa E lance uma opção de compra C de um lote de mil ações cuja cotação atual S é R\$ 500,00, com preço de exercício R\$ 500,00 e vencimento em dois períodos de tempo. A taxa de juros vigente no mercado é de 11% ao período e a volatilidade é estimada em 9%.

A determinação do valor da opção C envolve o cálculo dos valores  $d_1$  e  $d_2$ , o cálculo das probabilidades das variáveis aleatórias serem iguais ou menores a  $d_1$  e  $d_2$ , e com base nessa probabilidade calcular o valor da opção. Inserindo os parâmetros nas variáveis aleatórias  $d_1$  e  $d_2$ :

$$d_1 = \frac{\left[ \ln\left(\frac{500}{500}\right) + \left(0,11 + \frac{0,09}{2}\right) \right]}{\sqrt{0,09 \cdot 2}} = 0,75$$

$$d_2 = 0,75 - \sqrt{0,09 \cdot 2} = 0,35$$

Sabendo que  $d_1 = 0,75$  e  $d_2 = 0,35$ , é possível calcular a probabilidade de estas variáveis serem iguais ou menores do que seus respectivos valores:

$$N(d_1) = N(0,75) = 0,7734$$

$$N(d_2) = N(0,35) = 0,6368$$

Sabendo agora que  $N(d_1) = 0,7734$  e  $N(d_2) = 0,6368$ , calcula-se o valor da opção:

$$C = 500 \cdot 0,7734 - 500e^{-(0,11 \cdot 2)} \cdot 0,6368 = 131,15$$

Segundo o modelo de Black e Scholes, o valor justo da opção é de R\$ 131,15. A este preço ou a preços inferiores, um investidor comprará a opção; caso contrário, ele não a comprará.

### ***II.2.2 O modelo binomial de opções***

O modelo binomial, desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein e publicado em artigo em 1979, é fundamentado em um processo estocástico de preços no qual o tempo é dividido

em períodos discretos de tempo  $\Delta t$  e é apropriado para determinar o preço de opções de compra e opções de venda do tipo americana.

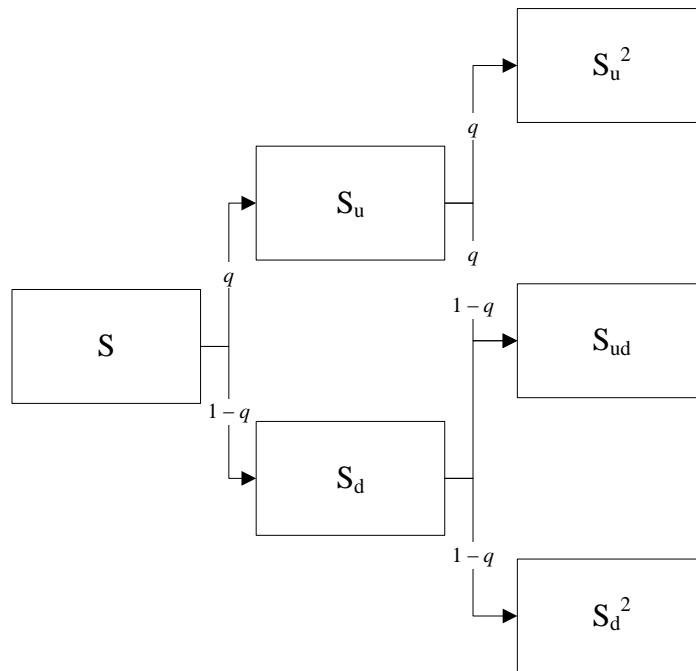
A validade do modelo binomial depende das seguintes hipóteses que o fundamentam:

1. A opção é do tipo americana, isto é, ela pode ser exercida em qualquer momento até o vencimento;
2. O preço do ativo-objeto é discreto e segue um processo estocástico do tipo binomial;
3. O preço do ativo-objeto assume um de dois possíveis valores, aumentando de acordo com o fator de subida  $u$  com uma probabilidade  $q$  ou diminuindo com o fator de queda  $d$  com uma probabilidade  $(1 - q)$ ;
4. Os fatores de subida  $u$  e queda  $d$  são relacionados com a média  $\mu$  e a variância  $\sigma^2$  da mudança do valor do ativo-objeto;
5. A taxa de juros livre de risco é conhecida e constante e é igual para diferentes prazos;
6. A taxa de juros não pode ser maior que o fator de subida  $u$  e menor que o fator de queda  $d$ ;
7. O ativo-objeto é divisível;
8. Os impostos e os custos de transação, como corretagem ou comissões, são iguais a zero;
9. Não há exigência de margem de garantia, isto é, não há impedimentos ou penalidades para vendas a descoberto;
10. Não há a possibilidade de obter ganhos de arbitragem sem risco.

O modelo binomial é adequado para determinar o valor de opções americanas por seguir um processo estocástico em tempo discreto e a distribuição binomial. A distribuição binomial é utilizada porque o valor do ativo-objeto assume apenas um entre dois valores possíveis conforme uma determinada probabilidade. Isto é melhor visualizado através da figura 2 abaixo.

**FIGURA 2**

**Processo estocástico binomial de preços de um ativo-objeto**



Para que os fatores de subida  $u$  e queda  $d$  sejam relacionados com a média e a variância da mudança do valor do ativo-objeto, eles têm que seguir a distribuição normal da volatilidade do ativo-objeto. Por sua vez, a taxa de juros livre de risco deve ser constante e entre os fatores  $u$  e  $d$  para que seja possível calcular as probabilidades utilizadas no modelo binomial. Caso a estrutura a termo da taxa de juros fosse diferenciada conforme o prazo seria necessário adaptar o processo utilizado.

As quatro últimas hipóteses são necessárias pelos mesmos motivos que os exigidos no modelo de Black e Scholes. O modelo binomial também utiliza uma carteira replicadora para reproduzir os fluxos de caixa, o retorno e o risco da opção, sendo necessário que não haja a cobrança de margem de garantia bem como de impostos e custos de transação e garante que a Lei do Preço Único não será violada, portanto não havendo possibilidade de arbitragem sem risco.

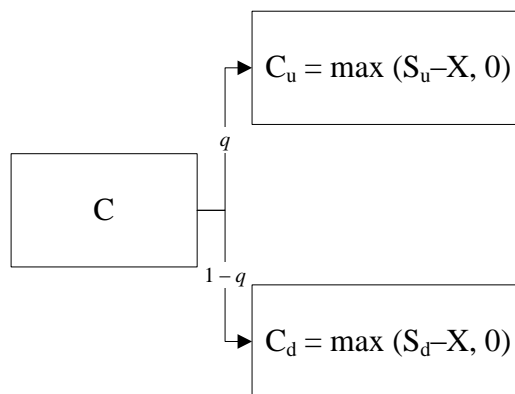
Por permitir que o tempo seja dividido em diversos períodos  $\Delta t$  e assumir considerar que o preço do ativo-objeto e de uma opção são perfeitamente correlacionados, o modelo binomial permite a avaliação em qualquer instante no tempo do valor de uma opção financeira do tipo americana, que pode ser exercida em qualquer momento até a data de vencimento, ao

contrário do modelo de Black e Scholes, que permite apenas avaliar o valor de uma opção financeira do tipo européia.

O modelo binomial utiliza em sua formulação uma carteira replicadora, formada pela captação de um empréstimo à taxa de juros sem risco e a aquisição do ativo-objeto. Partindo inicialmente de um período e dois possíveis estados, o valor de uma opção de compra segue o processo descrito na figura 3 e o valor da carteira replicadora o descrito na figura 4 a seguir.

**FIGURA 3**

**Processo binomial do valor da opção de compra C**



Onde:

$C$  = valor da opção de compra

$C_u$  = valor da opção de compra se o preço do ativo-objeto subir para  $S_u = S \cdot u$

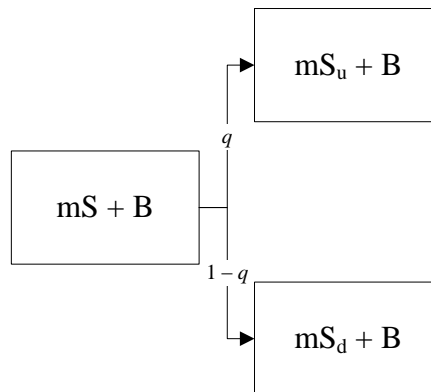
$u$  = fator de subida do preço do ativo-objeto  $e = \sigma \cdot \sqrt{\Delta t}$ , onde  $\sigma$  é a volatilidade do ativo-objeto e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo considerado

$C_d$  = valor da opção de compra se o preço do ativo-objeto cair para  $S_d = S \cdot d$

$d$  = fator de queda do preço do ativo-objeto  $e = -\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}$ , onde  $\sigma$  é a volatilidade do ativo-objeto e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo considerado

**FIGURA 4**

**Processo binomial do valor da carteira replicadora da opção C**



Onde:

$m$  = quantidade do ativo-objeto adquirida

$S$  = valor do ativo-objeto

$S_u$  = valor do ativo-objeto se o preço do ativo-objeto subir para  $S_u = S \cdot u$

$S_d$  = valor do ativo-objeto se o preço do ativo-objeto cair para  $S_d = S \cdot d$

$B$  = montante captado através de empréstimo

$r$  = taxa de juros livre de risco

Pela Lei do Preço Único, o valor da carteira replicadora e da opção tem que ser o mesmo. Para que isto ocorra, deve se igualar ambos os valores, resultando no seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} mS_u + Br = C_u \\ mS_d + Br = C_d \end{cases}$$

Resolvendo para as variáveis  $m$  e  $B$ , encontra-se a seguinte solução:

$$m = \frac{C_u - C_d}{(u - d) \cdot S}$$

$$B = \frac{u \cdot C_d - d \cdot C_u}{(u - d) \cdot r}$$

Da condição de igualdade entre o valor da opção e da carteira replicadora pela Lei do Preço Único, substituindo  $m$  e  $B$  chega-se ao valor da opção de compra:

$$C = mS + B$$

$$C = \frac{\left[\left(\frac{r-d}{u-d}\right) \cdot C_u + \left(\frac{u-r}{u-d}\right) \cdot C_d\right]}{r}$$

A equação acima pode ser simplificada através de duas substituições:

$$C = \frac{p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d}{r}$$

Onde:

$$p = \left(\frac{r-d}{u-d}\right)$$

$$(1 - p) = \left(\frac{u-r}{u-d}\right)$$

Conforme exposto na seção II.1.4.4, as expectativas sobre o valor e o risco do ativo-objeto não influenciam o preço da opção. Além disso, as probabilidades de subida e de queda  $q$  e  $(1 - q)$  também não influenciam o preço da opção, pois ainda que as expectativas individuais dos investidores relativas a esses movimentos sejam diferentes, há apenas uma única relação entre o valor da ação, do ativo-objeto e a taxa de juros livre de risco.

A equação encontrada acima para o valor da opção de compra leva em consideração as probabilidades ajustadas ao risco  $p$  e  $(1 - p)$ , ao ponderar os possíveis valores da opção conforme as probabilidades de elevação e de queda, descontadas à taxa de juros livre de risco. Portanto, diz-se que essas probabilidades e a avaliação por este modelo é neutra ao risco.

O valor de uma opção de venda é encontrado de forma análoga à opção de compra, conforme a seguinte equação:

$$p = \frac{p \cdot P_u + (1 - p) \cdot P_d}{r}$$

Onde:

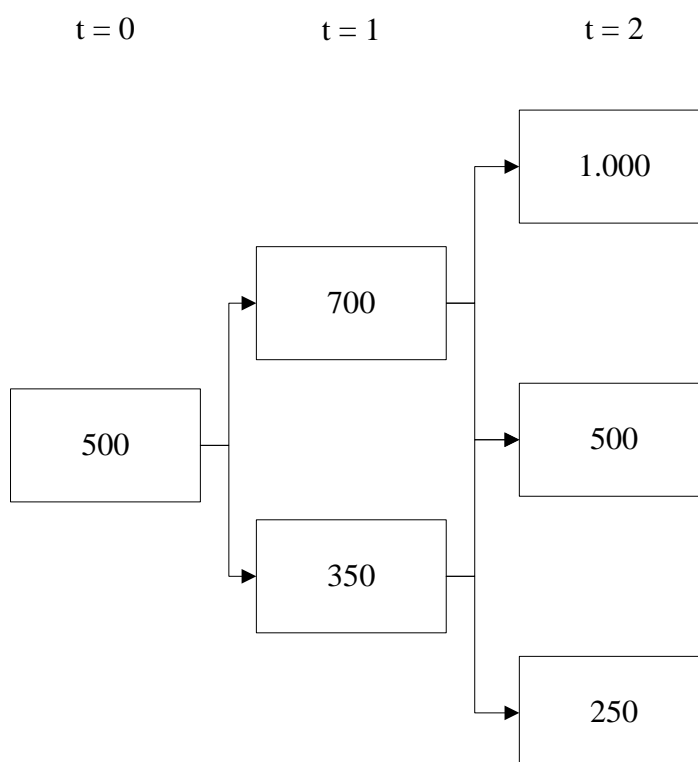
$$p = \left( \frac{r - d}{u - d} \right)$$

$$(1 - p) = \left( \frac{u - r}{u - d} \right)$$

As equações apresentadas acima são calculadas para um período. No caso de múltiplos períodos a determinação do valor de uma opção tem que ser calculado iterativamente, partindo do último período de tempo e retornando para o primeiro momento. A cada período é necessário definir e calcular as carteiras replicadoras de maneira a se obter os valores da opção em cada nó. A repetição desse processo leva a determinação do valor da opção desde o primeiro momento através da determinação do valor da carteira replicadora.

**FIGURA 5**

**Processo binomial de preços da ação E**





Supondo, por exemplo, que a empresa E lance uma opção de compra C de um lote de mil ações cuja cotação atual S é R\$ 500,00, com preço de exercício R\$ 500,00 e vencimento em dois períodos de tempo, e que se espera seguir o seguinte processo binomial descrito na figura 5 acima. O cálculo do valor desta opção depende da taxa de juros de mercado, de 11% ao período, e da determinação da quantidade de ações  $m$  e de dinheiro B necessária para formar uma carteira replicadora dos fluxos de caixa desta opção.

Em primeiro lugar, é necessário calcular o valor da opção em  $t = 1$ . Se o preço da ação E em  $t = 1$  for de R\$ 700,00, o cálculo do valor da opção depende da determinação das carteiras replicadoras em  $t = 2$ , conforme ilustrado na figura 6 a seguir.

**FIGURA 6**

**Valores da opção de compra C e carteiras replicadoras em  $t = 2$  se  $S = 700$  em  $t = 1$**

$t = 1$	$t = 2$	Valor da opção	Carteira replicadora
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">700</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">1.000</div>	$C = \text{Max}(S - X, 0)$	$C = mS - B$
		$1.000 - 500 = 500$	$500 = (m \cdot 1.000) - (1,11 \cdot B)$
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">500</div>	$500 - 500 = 0$	$0 = (m \cdot 500) - (1,11 \cdot B)$

A quantidade de ações e de dinheiro necessária para formar a carteira replicadora depende da resolução do sistema de equações:

$$\begin{cases} 1000m - 1,11B = 500 \\ 500m - 1,11B = 0 \end{cases}$$

Onde se encontra  $m = 1$  e  $B = 450,45$ . Ou seja, com a ação ao preço de R\$ 700,00 em  $t = 1$ , a carteira replicadora da opção será formada pela aquisição de um lote de mil ações e da captação de um empréstimo de R\$ 450,45. Com estes valores, é possível calcular o valor da opção em  $t = 1$ .

$$C = (1 \cdot 700) - 450,45$$

$$C = 249,55$$

Se o preço da ação E em  $t = 1$  for de R\$ 350,00, o cálculo do valor da opção depende da determinação das carteiras replicadoras em  $t = 1$ , conforme ilustrado na figura 7 a seguir.

**FIGURA 7**

**Valores da opção de compra C e carteiras replicadoras em  $t = 2$  se  $S = 350$  em  $t = 1$**

t = 1	t = 2	Valor da opção	Carteira replicadora
		$C = \text{Max} (S - X, 0)$	$C = mS - B$
350	500	$500 - 500 = 0$	$0 = (m \cdot 500) - (1,11 \cdot B)$
	250	$250 - 500 = -250 \rightarrow 0$	$0 = (m \cdot 250) - (1,11 \cdot B)$
		(está fora do dinheiro)	

Uma vez que o valor da opção é zero em ambos os preços possíveis em  $t = 2$ , com a ação ao preço de R\$ 350,00 em  $t = 1$ , a opção não tem valor em  $t = 1$  e não há carteira replicadora.

Com base nos possíveis valores da opção em  $t = 1$ , calcula-se o valor da opção em  $t = 0$  a partir da determinação das carteiras replicadoras em  $t = 1$ , conforme ilustrado na figura 8 a seguir.

**FIGURA 8**

**Valores da opção de compra C em  $t = 0$**

$t = 0$	$t = 1$	Valor da opção	Carteira replicadora
		$C = \text{Max}(S - X, 0)$	$C = mS - B$
500	700	249,55	$249,55 = (m \cdot 700) - (1,11 \cdot B)$
	350	0	$0 = (m \cdot 350) - (1,11 \cdot B)$

A quantidade de ações e de dinheiro necessária para formar a carteira replicadora depende da resolução do sistema de equações:

$$\begin{cases} 700m - 1,11B = 249,55 \\ 350m - 1,11B = 0 \end{cases}$$

Onde se encontra  $m = 0,713$  e  $B = 224,82$ . Ou seja, com a ação ao preço de R\$ 500,00 em  $t = 0$ , a carteira replicadora da opção será formada pela aquisição de 713 ações e da captação de um empréstimo de R\$ 224,82. Com estes valores, é possível calcular o valor da opção em  $t = 0$ :

$$C = (0,713 \cdot 500) - 224,82$$

$$C = 131,68$$

O valor justo da opção é de R\$ 131,68. A este preço ou a preços inferiores, um investidor comprará a opção; caso contrário, ele não a comprará. O valor encontrado através do modelo binomial (R\$ 131,68) é relativamente próximo ao encontrado pelo modelo Black e Scholes (R\$ 131,15). Conforme o Teorema do Limite Central, o modelo binomial pode ser

aproximado continuamente ao modelo Black e Scholes. Quanto maior o número de intervalos de tempo  $\Delta t$  no modelo binomial, maior será a convergência para o valor encontrado através do modelo Black e Scholes.

Cabe destacar que os valores são próximos a uma variância da taxa de retorno estimada em 8%. Conforme descrito na seção II.1.4.4, a volatilidade do ativo-objeto influencia diretamente o valor de uma opção. Caso a volatilidade do retorno da ação E fosse estimada em 9%, o valor da opção C seria de R\$ 134,83, distante do valor encontrado através do modelo binomial. De maneira inversa, se a volatilidade do retorno da ação E fosse estimada em 7%, o valor da opção C seria de R\$ 127,30, ainda mais distante do valor encontrado através do modelo binomial.

## **II.3 Opções reais**

Projetos de investimento geralmente apresentam fluxos de caixa não uniformes e sujeitos à incerteza, irreversibilidade e escolha. As possibilidades de execução, adiamento e abandono de um projeto de investimento configuram flexibilidades gerenciais e se assemelham a uma opção do tipo americano. Em projetos com estas características, o modelo binomial de opções reais apresenta maior precisão na determinação do valor do projeto que o VPL. Minardi (2004, p.16) afirma “que os enfoques de avaliação que ignoram essas opções tendem a subestimar significativamente o valor do projeto”. Esta seção apresenta as semelhanças e diferenças entre opções financeiras e opções reais e os principais tipos de opções reais.

### ***II.3.1 Opções financeiras e opções reais***

Assim como as opções financeiras, opções reais também podem ser avaliadas em função do valor do ativo-objeto, do valor de exercício, do prazo de vencimento, da taxa de juros e da volatilidade. Entretanto, existem significativas diferenças entre opções financeiras e opções reais que devem ser levadas em consideração no processo de avaliação.

A primeira diferença reside na própria definição de opções financeiras e opções reais. As opções financeiras têm ativos financeiros como ativo-objeto, como ações, enquanto opções

reais possuem ativos reais (projetos de investimento, fusões e aquisições de empresas ou linhas de produção, por exemplo) como ativo-objeto. Minardi (2004, p.61) define mais precisamente como ativo-objeto de uma opção real “o próprio valor presente do projeto, sem considerar as opções reais”.

Rigolon (1999) destaca três diferenças relacionadas ao custo, aos ganhos e ao retorno do capital. A primeira consiste no fato de que o custo de uma opção financeira é seu preço de exercício, enquanto o custo e preço de exercício de uma opção real é o investimento necessário em um ativo real ou projeto; a segunda de que os ganhos de capital de uma opção financeira decorrem da variação do preço do ativo-objeto, enquanto os de uma opção real decorrem das variações no valor do projeto; e a terceira relacionada ao fato de que o retorno de uma opção financeira é o retorno do ativo-objeto, enquanto o retorno de uma opção real é o retorno do projeto.

Sick (apud Minardi, 2004, p.59) aponta diferenças relativas ao prazo de vencimento, geralmente de curto prazo no caso de opções financeiras e de longo prazo ou perpétuas no caso de opções reais (relacionado à vida útil do projeto); ao exercício da opção, geralmente exercidas no vencimento no caso de opções financeiras de compra e antecipadas no caso de opções reais (o exercício antecipado consiste em uma flexibilidade gerencial); à liquidez e ao preço, cujo preço somente é positivo e possui alta liquidez no caso de opções financeiras, enquanto uma opção real pode assumir valores negativos e possui baixa liquidez; e ao fato de enquanto opções financeiras geralmente envolvem um ativo-objeto com preço e vencimento únicos, opções reais costumam envolver uma maior diversidade de opções, de preços e vencimentos, relacionados a cada fase do projeto.

Smit e Ankum (apud Minardi, 2004, p.59) ainda ressaltam outras duas diferenças. A primeira é relacionada à propriedade da opção. Uma opção financeira é exclusiva e somente pode ser exercida por seu detentor, enquanto o grau de propriedade e de execução de uma opção real é relacionado ao grau de competitividade do mercado onde está inserido seu detentor. Caso o detentor de uma opção real seja um monopolista, ele possui total exclusividade e poder de execução da opção. Em outra ponta, caso o mercado seja perfeitamente competitivo, a opção é um bem público e está acessível a todos os integrantes do mercado. Ou seja, quanto mais competitivo for o mercado, menor a exclusividade e o poder de executar a opção, assim como será menor o valor da opção em função do tempo.

A segunda diferença está relacionada à eficiência de mercado. As leis de eficiência fraca e forte do mercado asseguram que o valor do ativo-objeto e da opção financeira seja ajustado imediatamente em função da informação disponível. Entretanto, mercados de ativos reais possuem menor grau de eficiência à medida que são mais concentrados. A ineficiência decorrente da concentração abre espaço para a obtenção de lucros positivos acima do lucro de equilíbrio. Uma opção real que gere maior poder de mercado permite ao seu detentor obter ganhos acima do equilíbrio.

A aplicação da avaliação por Opções Reais é verificada com maior frequência em setores que lidam com grandes investimentos e altos graus de incerteza e risco, como os setores de biotecnologia, tecnologia da informação e energia (Triantis e Borison apud Minardi, 2004, p.132). A incorporação de flexibilidades gerenciais e de opções relacionadas à expansão, contração, diferimento ou postergação, suspensão e cancelamento permitem analisar de maneira mais precisa e com maior grau de variação os possíveis valores para o investimento.

Existem diversos métodos de avaliação de investimentos através de Opções Reais. A escolha do modelo ocorre em função da complexidade do projeto e das possíveis opções envolvidas no investimento. Trigeorgis apud Minardi (2004, p.62) distingue dois tipos de modelagem mais utilizados. O primeiro se baseia em processos estocásticos, como o modelo binomial (apresentado nesta monografia), o modelo binomial logarítmico e a simulação numérica de Monte Carlo. O segundo se baseia em equações diferenciais parciais, como as integrações numéricas, os esquemas de diferenças finitas e as aproximações analíticas.

O modelo binomial geralmente é utilizado na avaliação de investimentos que possuem uma única opção envolvida ou que possuam flexibilidades gerenciais bem definidas. Entretanto, quanto maior a complexidade, envolvendo várias opções e alta flexibilidade, de maneira que ocorra interação entre as opções, o modelo binomial apresenta maior complexidade em seu cálculo.

Nesses casos, utilizam-se variações do modelo binomial – como o modelo binomial logarítmico – ou a simulação numérica de Monte Carlo – que busca simular as possíveis trajetórias de valores do projeto de investimento em cada um dos seus momentos no tempo e assim determinar sua distribuição. A simulação de Monte Carlo é gerada através de computador, fornecendo os valores do investimento para uma amostra, permitindo então a determinação do valor do projeto e de sua volatilidade. Alguns analistas utilizam a simulação

de Monte Carlo em conjunto com o modelo binomial, simulando a volatilidade do projeto e então determinando seu valor por meio do modelo binomial.

A complexidade e a sofisticação da aplicação de Opções Reais implicam em algumas dificuldades no seu uso e modelagem. Uma das dificuldades relacionadas à utilização de Opções Reais é a determinação da volatilidade do ativo-objeto. Conforme exposto nesta seção, uma opção real possui baixa liquidez por geralmente não ser negociada em mercado. Dessa forma, a montagem de uma carteira replicadora esbarra na dificuldade de utilizar um ativo que sintetize a dinâmica do ativo-objeto. Essa dificuldade pode ser contornada através do uso de um título gêmeo (*twin security*) ou ativo gêmeo (*twin asset*) que possua correlação ao ativo-objeto não comercializado em mercado (Mason e Merton apud Minardi, 2004, p.61).

Assim como a montagem da carteira replicadora, a determinação da volatilidade do ativo-objeto também enfrenta dificuldades relacionadas à comercialização do ativo-objeto. Devido à dificuldade em observar a dinâmica do ativo-objeto, Copeland e Antikarov (2001) propõem como alternativa a utilização da simulação numérica de Monte Carlo, de maneira a estimar as possíveis trajetórias de valores do projeto e então sua volatilidade.

Ao incorporar flexibilidades e opções, a análise através de Opções Reais integra finanças à estratégia empresarial. No entanto, conforme exposto nesta seção, o nível de concentração do mercado ao qual está ligado o ativo-objeto influencia sua análise e seu valor, devido ao fato que geralmente opções reais não são totalmente exclusivas do seu detentor. A geração de lucros acima de equilíbrio em decorrência das imperfeições e a concentração de mercado levam às empresas participantes a buscarem meios de perpetuar a geração desses lucros.

Segundo Ghemawat apud Minardi (2004, p.108), uma das estratégias empresariais para assegurar a geração de lucros acima do equilíbrio é o comprometimento de recursos em custos irrecuperáveis, como investimentos em pesquisa e desenvolvimento (P&D) ou aqueles associados a barreiras de entrada ou de saída do mercado. Por outro lado, o comprometimento em custos irrecuperáveis reduz as flexibilidades gerenciais, gerando um *trade-off* entre irreversibilidade e flexibilidade. A utilização de Opções Reais permite analisar os custos e benefícios associado ao comprometimento e à flexibilidade.

Entretanto, apesar de lidar com a concentração e a ineficiência dos mercados de ativos reais, a avaliação através de Opções Reais pressupõe que o detentor da opção exercerá sempre

a melhor escolha, resultando em uma política ótima de investimento. Esta hipótese é condizente com mercados monopolizados ou oligopolizados, que dá ao titular da opção real maior poder sobre a execução dos investimentos. No entanto, a interação entre opções e empresas em mercados competitivos reduz o valor das opções reais associadas a um projeto de investimento à medida que o tempo passa. A análise através de Opções Reais deve considerar tais efeitos nesses casos. Apesar das dificuldades associadas aos fatores expostos, a avaliação por meio de Opções Reais ainda permite uma análise mais apurada do valor do investimento do que os métodos baseados em fluxos de caixa.

### ***II.3.2 Tipos e estratégias de opções reais***

Assim como as opções financeiras, as opções reais permitem o uso de diversas estratégias, incluindo a combinação de estratégias simples, formando estratégias compostas. Existem diversas estratégias de opções reais, análogas às opções financeiras, das mais simples às mais complexas. Nesta seção serão descritas algumas dessas estratégias, baseado em Trigeorgis apud Minardi (2004, p.64-67), que são as mais comumente utilizadas.

#### ***II.3.2.1 Opção de diferimento ou postergamento***

A opção de diferimento ou postergamento consiste na possibilidade de adiar o início de um investimento ou de suas etapas para um período posterior. Isto pode ocorrer em função de sua viabilidade, decorrente de fatores como o preço ou a incerteza. Idêntica a uma opção de compra americana, onde o ativo-objeto é o valor presente do projeto e o preço de exercício o investimento necessário.

#### ***II.3.2.2 Opção de cancelamento***

As etapas de um projeto consistem em uma opção no valor das etapas posteriores. A opção de cancelamento se refere à possibilidade de cancelar um investimento em seu todo ou suas etapas. Isto geralmente ocorre em função de sua falta de viabilidade. É semelhante a uma opção de compra americana, sendo o ativo-objeto o valor das etapas posteriores ao período de cancelamento e o preço de exercício o investimento necessário para executar a etapa imediatamente seguinte a do cancelamento.



### *II.3.2.3 Opção de expansão*

A opção de expansão consiste na flexibilidade de ampliação de um investimento em seu todo ou suas etapas. Esta opção geralmente ocorre um cenário de melhoria ou superação das expectativas levadas em consideração na formulação do projeto, como a queda da taxa de juros ou uma expansão do mercado. Esta opção é idêntica a uma opção de compra americana, na qual o ativo-objeto é uma porcentagem  $\Delta\%$  do projeto e o preço de exercício é o investimento adicional necessário.

### *II.3.2.4 Opção de contração*

Ao contrário da opção de expansão, a opção de contração consiste na possibilidade de reduzir um investimento em seu todo ou suas etapas, em função de uma piora no cenário ou da deterioração as expectativas relativas ao projeto. Esta opção é idêntica a uma opção de venda americana, onde o ativo-objeto é uma porcentagem  $\Delta\%$  do projeto e o preço de exercício é o valor referente à redução dos custos.

### *II.3.2.5 Opção de suspensão temporária*

A opção de suspensão temporária consiste em paralisar o projeto por determinado período de tempo em função das variáveis do projeto, por não ser vantajosa sua execução naquele momento. A suspensão temporária ocorre quando há a expectativa de que ocorra uma mudança positiva nas variáveis chave que permitam voltar a executar o projeto de maneira vantajosa. Esta opção é idêntica a uma opção de compra americana, na qual o ativo-objeto é a receita decorrente da execução do projeto por um período de tempo e o preço de exercício é o custo incorrido na execução nesse período de tempo.

### *II.3.2.6 Opção de abandono pelo valor residual*

Diferente da opção de suspensão temporária, a opção de abandono pelo valor residual consiste em abandonar ou cancelar o projeto por sua execução não ser vantajosa e não haver a expectativa de melhoria nas variáveis chave considerada no projeto. Esta opção é idêntica a uma opção de venda americana, onde o ativo-objeto é o valor do projeto e o preço de exercício é o valor residual referente à venda dos ativos utilizados no projeto no mercado secundário.

### *II.3.2.7 Opção de flexibilizar*

A opção de flexibilizar consiste na possibilidade de se utilizar diferentes alternativas na execução do projeto de investimento. Essas alternativas podem abranger diversos aspectos, como a tecnologia, a mão de obra, os fornecedores, a localização ou o mercado considerado na criação do projeto. Esta opção é idêntica a uma opção de compra americana, na qual o ativo-objeto é a receita decorrente da execução do projeto utilizando a alternativa mais rentável e o preço de exercício é a diferença de custo com relação ao projeto sem flexibilidade.

### *II.3.2.8 Opção de crescimento corporativo*

A opção de crescimento corporativo se refere à possibilidade do investidor obter ganhos de mercado, produtos, infra-estrutura ou experiência decorrentes de novos processos ou tecnologias. Uma aplicação desta opção são as atividades de P&D, que se bem sucedidas podem resultar em novos mercados e produtos. Esta opção é idêntica a uma opção de compra americana, na qual o ativo-objeto é a receita decorrente da execução do projeto de criação de novas tecnologias ou processos e o preço de exercício é o custo incorrido na sua criação.

### **III. APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO ATRAVÉS DE OPÇÕES REAIS A UM PROJETO DE INVESTIMENTO**

O presente capítulo tem por objetivo apresentar uma aplicação dos modelos de avaliação através de VPL, payback, TIR e de Opções Reais, comparando e discutindo seus resultados. Para tanto, será apresentado na seção III.1 um projeto hipotético de investimento, com seus fluxos de caixa e as informações relevantes para utilização nos dois modelos.

A seção III.2 trata da avaliação do projeto através VPL, *payback* e TIR nas subseções III.2.1, III.2.2 e III.2.3 e de OR por meio do modelo binomial na subseção III.2.4. Finalizando este capítulo, a seção III.3 compara os resultados encontrados e discute as semelhanças e diferenças na aplicação dos modelos.

#### **III.1 Apresentação do projeto de investimento**

O projeto de investimento discutido aqui é baseado na ilustração de Trigeorgis (1993) apresentada em Minardi (2004) e consiste em um projeto de exploração, desenvolvimento e produção de petróleo em um bloco *onshore* com reservas potenciais, denominado projeto P.

A empresa tem um prazo de dois anos para realizar a exploração e decidir se realizará o desenvolvimento e a produção. A viabilidade do projeto P será analisada projetando a expectativa do seu valor nos próximos dois anos levando em consideração o preço *spot* do barril de petróleo, escolhido como ativo gêmeo do projeto, e a taxa de juros livre de risco.

O planejamento considerou algumas flexibilidades na execução do projeto. Caso as condições de mercado se tornem desfavoráveis no primeiro ano é possível postergar sua execução por um ano. Caso contrário, se as condições de mercado se mostrarem favoráveis e o projeto promissor é possível expandi-lo no segundo ano. Por outro lado, caso o projeto não se mostre viável é possível cancelá-lo, abandonando-o e recebendo um valor residual ligado à venda dos ativos fixos empregados no projeto.

### III.2 Avaliação do projeto de investimento

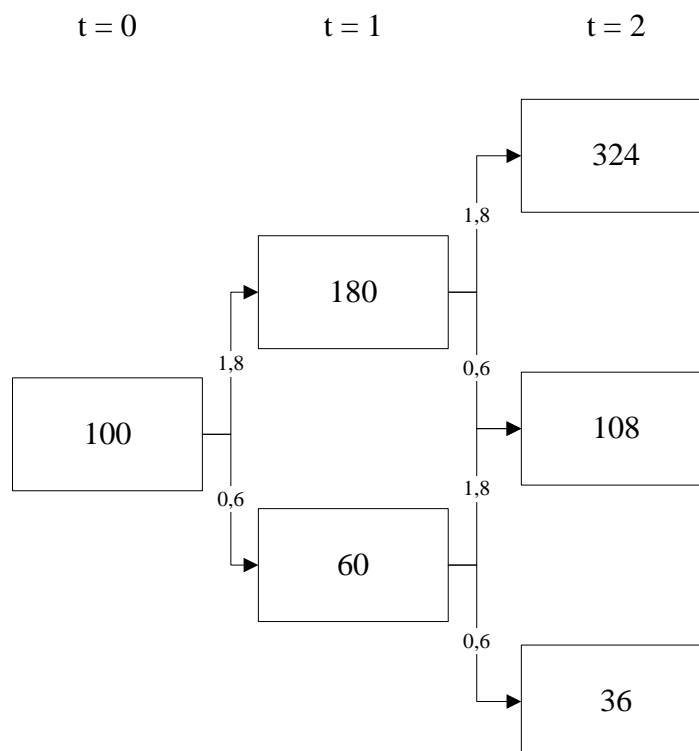
O projeto P requer um investimento inicial  $I_1$  em infra-estrutura, serviços e equipamentos para exploração e um investimento posterior  $I_2$  em serviços e equipamentos de desenvolvimento e produção. O valor desses investimentos em  $t = 0$ ,  $I_0$ , foi calculado em R\$ 104 milhões.

O cálculo do valor esperado do projeto leva em consideração a taxa de retorno  $k$  do preço *spot* do petróleo  $S$ , estimada em 20%, e a probabilidade  $q$  de aumento de  $S$  estimada em 50% ou 0,5. Por complementar, a probabilidade de queda ( $1 - q$ ) é 0,5.

Com base nas estimativas de produtividade do bloco, estima-se que se  $S$  subir, o valor do projeto P crescerá 80% em um ano e o fator de aumento  $u$  é 1,8. Caso contrário, se  $S$  cair, o valor do projeto diminuirá 40% e o fator de queda  $d$  é 0,6.

**FIGURA 9**

**Árvore do valor presente esperado do projeto P**



Considerando o horizonte de dois anos para exploração, o valor presente esperado do projeto pode seguir quatro trajetórias possíveis, combinando a expansão e/ou a queda do preço *spot* do petróleo. A árvore ilustrando o comportamento do valor presente do projeto é apresentada na figura 9.

Conforme citado na seção II.2.2 (p.49), o cálculo do valor em múltiplos períodos deve ser realizado iterativamente a partir do último período de tempo. Baseado nas estimativas acima é possível calcular o valor do projeto em cada período, levando em consideração a probabilidade dos movimentos de aumento e de queda do preço *spot* do petróleo, para encontrar o valor do projeto em  $t = 0$ . O cálculo dos dois possíveis valores no período 1,  $V_u$  e  $V_d$ , é ilustrado abaixo.

$$V_u = \frac{q \cdot V_{uu} + (1 - q) \cdot V_{ud}}{(1 + k)}$$

$$V_u = \frac{0,5 \cdot 324 + 0,5 \cdot 108}{1 + 0,2} = \frac{216}{1,2} = 180$$

$$V_d = \frac{q \cdot V_{du} + (1 - q) \cdot V_{dd}}{(1 + k)}$$

$$V_d = \frac{0,5 \cdot 108 + 0,5 \cdot 36}{1 + 0,2} = \frac{72}{1,2} = 60$$

A partir dos valores esperados em  $t = 1$  é possível calcular o valor presente do projeto em  $t = 0$ ,  $V_0$ , de R\$ 100 milhões:

$$V_0 = \frac{q \cdot V_u + (1 - q) \cdot V_d}{(1 + k)}$$

$$V_0 = \frac{0,5 \cdot 180 + 0,5 \cdot 60}{1 + 0,2} = \frac{120}{1,2} = 100$$

### **III.2.1 Avaliação através de VPL**

O cálculo do Valor Presente Líquido não considera as flexibilidades inerentes ao projeto P, relacionadas ao seu adiamento, cancelamento ou expansão. Neste caso, é considerado apenas o valor do investimento  $I_0$  e o valor presente dos fluxos de caixa do projeto  $V_0$ , conforme ilustrado a seguir.

$$VPL = -104 + 100 = -4$$

Segundo o critério do VPL o projeto não seria executado, uma vez que o resultado foi negativo em R\$ 4 milhões.

### ***III.2.2 Avaliação através de payback***

O cálculo do *payback* deve ser realizado considerando o valor do projeto sem ser descontado a valor presente através da taxa retorno do preço *spot* do petróleo, conforme as premissas apresentadas na seção I.2.2. Com base no cálculo do valor presente do projeto P detalhado no início desta seção, o projeto apresenta o fluxo de caixa descrito na tabela 7 abaixo.

**TABELA 7**

**Fluxos de caixa estimados para o projeto P**

<b>Período</b>	<b>Valor (R\$ milhões)</b>
0	-104
1	120

Conforme o critério do *payback* o projeto P seria executado. O projeto considera um horizonte e um período de corte de dois anos. O *payback* ocorre em um ano, pois o fluxo de caixa no período 1 supera o capital investido no período 0, que é recuperado em um período de tempo inferior ao período de corte.

### ***III.2.3 Avaliação através da TIR***

Assim como o cálculo do *payback*, o cálculo da Taxa Interna de Retorno deve ser realizado considerando o valor do projeto sem ser descontado a valor presente através da taxa

retorno do preço *spot* do petróleo. Baseado nos fluxos de caixa apresentados na tabela 7 é possível encontrar a TIR do projeto P conforme o cálculo abaixo.

$$104 = \frac{120}{(1 + r)}$$
$$r = 0,15 = 15\%$$

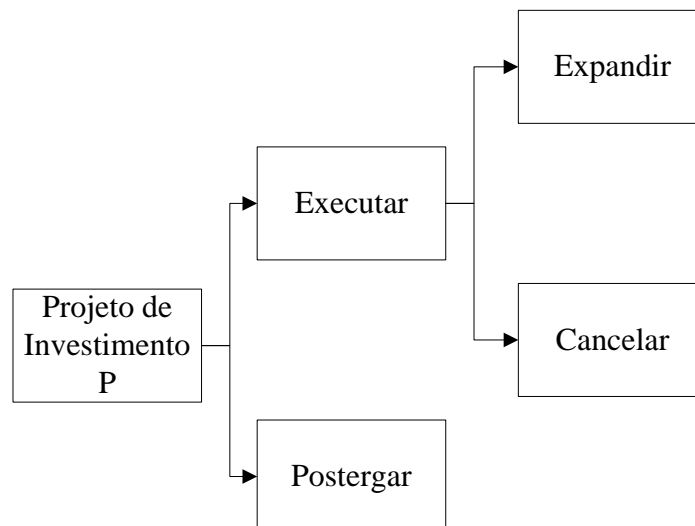
Segundo o critério da TIR, o projeto P não seria executado, pois a taxa encontrada (15%) é inferior à taxa de retorno do preço *spot* do petróleo *k* (20%).

#### ***III.2.4 Avaliação através de OR***

O projeto P considera três opções embutidas no seu planejamento, conforme apresentado na seção III.1 (p. 61): postergar, expandir e cancelar, ilustradas na figura 10 a seguir.

**FIGURA 10**

#### **Árvore de opções do projeto P**



Uma alternativa de avaliação do projeto por meio de opções reais consiste em construir a árvore binomial e calcular o valor de cada opção. A partir das árvores e dos valores encontrados, é possível montar a árvore de opções do projeto recursivamente do final

para o início, considerando a probabilidade neutra ao risco, a interação entre o valor das opções e a melhor opção possível.

A partir da taxa de juros livre de risco  $r$  e nos fatores de aumento e de queda do valor do projeto  $u$  e  $d$ , calcula-se a probabilidade neutra ao risco das opções  $p$ , conforme apresentado na seção II.2.2 (p.48):

$$p = \frac{r - d}{u - d}$$
$$p = \frac{1,08 - 0,6}{1,8 - 0,6} = 0,4$$

O impacto no valor do projeto depende do número de opções existentes e do seu grau de interação. Quanto maior o número de opções menor é o impacto incremental nos seus valores, pois a probabilidade de interação de cada uma das opções aumenta.

Se o grau de interação entre as opções for alto o impacto no valor será baixo, pois a probabilidade de execução das opções correlacionadas é maior, como no caso de duas de opções de compra. Caso contrário, quando a interação entre as opções é pequena, o impacto no valor será alto, como no caso de uma opção de compra e uma opção de venda, que são negativamente correlacionadas.

Em um contexto de múltiplas opções o valor do projeto não consiste na soma de suas opções. Graças à interação entre as opções, somar seus valores resulta em uma sobreavaliação do valor do projeto, distorcendo sua avaliação.

#### *III.2.4.1 Cálculo da opção de postergar*

O cálculo da opção de postergar o investimento por um ano consiste em determinar o Valor Presente Líquido Expandido (VPLE) do projeto, considerando o período de diferimento, e subtrair o VPL do investimento caso não fosse considerado as flexibilidades do projeto. Isto decorre do fato que a flexibilidade agrega valor ao projeto, somando-se ao seu valor e expandindo o VPL total. Logo:

$$V_{postergar} = VPLE - VPL$$



O ativo-objeto da opção de postergar é o valor do projeto em  $t = 1$  e o preço de exercício é o investimento necessário a ser executado no mesmo período de tempo. Caso o valor do projeto seja maior que o investimento, a opção de postergar é exercida. Caso contrário, a opção é abandonada. O VPLE desconta à taxa de juros livre de risco o valor do projeto ponderado pela probabilidade neutra ao risco, considerando os possíveis valores do projeto. Ou seja:

$$VPLE = \frac{p \cdot VPLE_u + (1 - p) \cdot VPLE_d}{r} - I_0$$

Onde:

$$VPLE_u = \text{Max} ((V_{u1} - I_1), 0)$$

$$VPLE_d = \text{Max} ((V_{d1} - I_1), 0)$$

Trazendo o valor do investimento em exploração do projeto para  $t = 1$ , é possível resolver o valor do VPLE e da opção a partir dos dados apresentados na seção III.2 (p.62-63).

Trazendo o valor do investimento para o período  $t = 1$ :

$$I_1 = 104 \cdot 1,08 = 112,32$$

Conhecido o valor de  $I_1$ , calcula-se o VPLE da opção de postergar:

$$VPLE_u = \text{Max} ((180 - 112,32), 0) = 67,68$$

$$VPLE_d = \text{Max} ((60 - 112,32), 0) = 0$$

$$VPLE = \frac{0,4 \cdot 67,68 + (1 - 0,4) \cdot 0}{1,08} = 25,07$$

Neste caso, o cálculo do VPLE não subtrai o VPL do investimento, pois se o mesmo for postergado não há desembolso em  $t = 0$ . A partir do VPLE acima, chega-se ao valor da opção de postergar a execução do projeto por um ano:

$$V_{postergar} = 25,07 - (-4,00) = 29,07$$

Cabe destacar que este cálculo da opção de postergar foi simplificado para fins de ilustração, não considerando o fluxo de caixa sacrificado pelo postergamento. Caso fosse

considerado, esse fluxo de caixa deveria ser tratado analogamente a um dividendo, exigindo uma adaptação no cálculo do valor da opção.

#### III.2.4.2 Cálculo da opção de expandir

O cálculo da opção de expandir o investimento consiste em determinar o VPLe considerando o percentual de expansão e o custo associado, subtraindo o VPL do investimento caso não fosse considerado as flexibilidades do projeto.

O ativo-objeto da opção de postergar é o percentual de expansão do projeto  $x$  e o preço de exercício é o investimento necessário para implantar essa expansão  $I_x$ . Se o valor do projeto com a expansão líquido do seu custo ( $xV_t - I_{xt}$ ) for maior que o valor do projeto sem expansão, a opção de expandir é exercida. Do contrário, a opção é abandonada.

Caso o projeto tenha sua escala expandida em 50% ( $x = 1,5$ ) em  $t = 1$ , demandando um investimento  $I_x$  de R\$ 40 milhões, o VPLe da opção de expandir é dado por:

$$\begin{aligned} VPLe_u &= \text{Max} ((1,5 \cdot 180 - 40), 180) = 230 \\ VPLe_d &= \text{Max} ((1,5 \cdot 60 - 40), 60) = 60 \\ VPLe &= \frac{0,4 \cdot 230 + (1 - 0,4) \cdot 60}{1,08} - 104 = 14,52 \end{aligned}$$

A partir do VPLe, chega-se ao valor da opção de expandir o projeto em 50%:

$$V_{expandir} = 14,52 - (-4,00) = 18,52$$

#### III.2.4.3 Cálculo da opção de cancelar

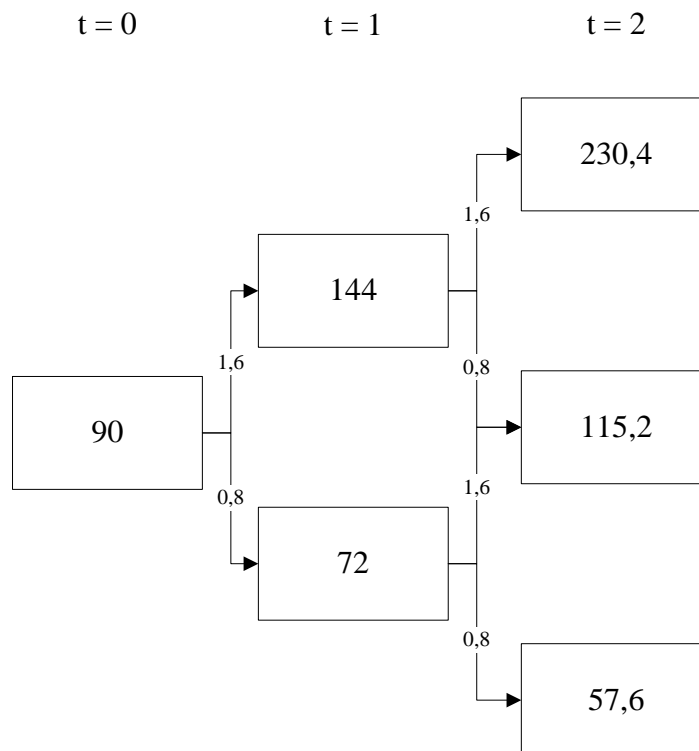
O cálculo da opção de cancelar o investimento consiste em determinar o VPLe considerando o valor do projeto cancelado e o valor de venda dos ativos do projeto no mercado, subtraindo o VPL do investimento caso não fosse considerado as flexibilidades do projeto.

O ativo-objeto da opção de cancelar é o valor do projeto  $V$  e o preço de exercício é o valor residual dos ativos a serem vendidos no mercado  $A$ . Se o valor residual dos ativos for maior que o valor do projeto, a opção de cancelamento é exercida. Do contrário, a opção é abandonada.

A árvore ilustrando o comportamento do valor residual dos ativos do projeto é apresentada na figura 11 a seguir. Se o preço *spot* do petróleo aumentar, o valor residual dos ativos aumenta 60% e o fator de aumento  $u$  é 1,6. Caso contrário, se o preço *spot* do petróleo cair, cai 20% e o fator de queda  $d$  é 0,8.

**FIGURA 11**

**Árvore do valor residual dos ativos do projeto P**



Caso o projeto seja cancelado em  $t = 1$ , o VPLE da opção de cancelar é dado por:

$$\begin{aligned}
 VPLE_u &= \text{Max} (180, 144) = 144 \\
 VPLE_d &= \text{Max} (60, 72) = 72 \\
 VPLE &= \frac{0,4 \cdot 60 + (1 - 0,4) \cdot 72}{1,08} - 104 = 2,67
 \end{aligned}$$

Com base no VPLE acima, chega-se ao valor da opção de abandonar o projeto:

$$V_{cancelar} = 2,67 - (-4,00) = 6,67$$

#### III.2.4.4 Cálculo do valor do projeto

O cálculo do valor do projeto considerando a combinação entre as opções de expandir ou cancelar e a de postergar os investimentos deve ser feito recursivamente do final para o início. O projeto P considera um horizonte de dois anos e o cálculo deve iniciar pela determinação do VPLE considerando a opção de expandir ou abandonar o projeto e também de não exercer nenhuma opção, após a decisão de executar o projeto.

A expansão do projeto só ocorrerá se o preço *spot* do petróleo aumentar, enquanto o abandono ocorrerá se o preço *spot* do petróleo diminuir. Neste caso, o VPLE será:

$$\begin{aligned}VPLE_u &= \text{Max} (180, 230, 144) = 230 \\VPLE_d &= \text{Max} (60, -10, 72) = 72 \\VPLE &= \frac{0,4 \cdot 230 + (1 - 0,4) \cdot 72}{1,08} - 104 = 21,18\end{aligned}$$

A outra opção envolvida no projeto, de postergar por um ano sua execução, extingue as opções de expansão e de cancelamento no ano seguinte. O valor da opção neste caso é o mesmo calculado na seção III.2.4.1 (25,07).

A determinação do valor do projeto depende da determinação do VPLE considerando as opções de postergar e de executar com as opções de expandir ou cancelar. Neste caso, o VPLE é dado por:

$$\begin{aligned}VPLE &= \text{Max} (VPLE_{\text{postergar}}, VPLE_{\text{executar com expandir ou cancelar}}) \\VPLE &= \text{Max} (25,07, 21,18) = 25,07\end{aligned}$$

A opção ótima segundo as premissas do projeto P é postergar a execução do projeto por um ano. O valor da opção de postergar o projeto em combinação com as opções de executar expandindo e executar cancelando é dado por:

$$V_{\text{projeto}} = 25,07 - (-4,00) = 29,07$$

### III.3 Análise dos resultados

A avaliação através de opções reais desenvolvida acima mostra que o projeto P de exploração e produção de petróleo é viável econômica e financeiramente, considerando a opção de postergar sua execução por um ano. O valor das opções associadas ao projeto, de R\$

29,7 milhões, é inferior a soma dos valores individuais de cada opção, em função da interação que ocorre entre elas.

Embora o valor da opção de executar com a opção de expandir ou de cancelar (R\$ 21,18 milhões) seja idêntico à soma do valor das duas opções isoladamente (R\$ 21,19 milhões), existe uma forte interação entre a opção de executar considerando as opções subjacentes e postergar a execução por um ano. Em outras palavras, a opção de executar neste ano ou postergar a execução para o ano seguinte possuem uma correlação positiva, provocando um menor impacto no valor do projeto.

Como não consideram as opções e flexibilidades inerentes ao projeto, a avaliação através de VPL e a avaliação por meio da TIR indicam que o projeto não seria viável econômica e financeiramente, em direção contrária à avaliação através de opções reais. O fato de considerarem somente os fluxos de caixa associados ao projeto em cada período de tempo simplifica e agiliza a avaliação do projeto, mas ignoram quaisquer informações adicionais que impactem os fluxos de caixa.

Dos três métodos de avaliação de projetos e de investimentos mais utilizados que foram apresentados nesta monografia, somente a avaliação por meio do *payback* apontou a viabilidade da execução do projeto P. Ao considerar o horizonte do projeto e um período de corte de dois anos, o projeto incluiria um retorno já no primeiro ano que supera o valor investido no período 0. Entretanto, o *payback* também considera apenas o valor dos fluxos de caixa e ainda sofre críticas por considerar o valor corrente dos fluxos de caixa, e não o seu valor presente.

No contexto de opções alternativas e flexibilidades apresentadas no projeto P, a avaliação por opções reais resultou em um valor mais acurado do que os outros métodos discutidos. Embora a avaliação por *payback* recomende a execução do projeto, este método geralmente é utilizado em conjunto com o VPL e o TIR, resultando na recomendação de não execução do projeto.

## CONCLUSÃO

A presente monografia teve por objetivo apresentar de forma simplificada os principais conceitos relativos à análise de investimento através de Opções Reais. Partindo de uma revisão dos modelos tradicionalmente usados (VPL, *payback*, e TIR), foi buscado contrapor esses três modelos avaliação por Opções Reais.

Conforme discutido ao longo deste trabalho, a existência de flexibilidades gerenciais e de condições de incerteza, reversibilidade e escolha dos investimentos influencia o valor de um projeto. O fato de não considerar estes fatores é a principal fraqueza dos três modelos apresentados no capítulo I. A avaliação através de Opções Reais preenche essa lacuna, ao incorporar essas variáveis e considerar as flexibilidades em sua modelagem.

Sob condições de pequena incerteza ou em que as flexibilidades gerenciais possuam baixa relevância para o projeto, caso de projetos bem comportados analisados no capítulo I, o uso do VPL ou de análises mais sofisticadas como a análise de sensibilidade e a projeção de cenários pode se apresentar mais vantajosa.

Em projetos de investimentos em que estes fatores são relevantes, como no exemplo utilizado da exploração e produção de petróleo apresentado no capítulo III, a avaliação por Opções Reais se mostra superior à tradicional análise por Valor Presente Líquido e Taxa Interna de Retorno. Entretanto, deve se levar em consideração que quanto maior a complexidade do projeto e das flexibilidades envolvidas, maior a complexidade do modelo envolvido. O uso de *softwares* se torna imprescindível no cálculo dessas opções.

Mais complexa do que a decisão sobre qual modelo a ser utilizado, é a dificuldade em desmembrar o projeto em diversos períodos de tempo e associar as opções associadas a cada instante. Embora o modelo de Black e Scholes apresentado no capítulo II tenha uma resolução mais simples, o modelo não é divisível em períodos de tempo por seguir um processo contínuo, dificultando sua aplicação em avaliação de OR. O modelo binomial, apesar de sua complexidade, capta com mais facilidade as opções em cada instante. Apesar das dificuldades

associadas aos fatores expostos, as OR ainda permitem uma análise mais apurada do valor do investimento do que o VPL, o *payback* e a TIR.

Como a análise através de OR considera em cada instante do tempo o valor que maximiza o valor das opções subjacentes a partir de cada instante, resultando no retorno mais favorável ao investidor. Esta abordagem diferencia o uso de Opções Reais do Valor Presente Líquido, que lida com os fluxos de caixa esperados em cada período de tempo. Algumas alternativas são utilizadas para compensar as dificuldades impostas no uso do VPL, como a análise de sensibilidade, análise de cenários, simulações e árvores de decisões.

Ao considerar a melhor trajetória que resulte na maximização do valor do projeto levando em conta as opções e as flexibilidades inerentes ao projeto de investimento, a análise por Opções Reais também se torna uma ferramenta para a definição de estratégias empresariais. As opções reais podem ser úteis para manter a liderança de mercado ou na definição de um plano de negócios. Ao atribuir probabilidades e precificar as possíveis opções, as opções reais permitem a definição de estratégias com maior segurança. A interação entre as estratégias e trajetórias que maximizam o valor dos investimentos de diversos agentes pode ser analisada no contexto da Teoria dos Jogos.

Portanto, em projetos onde o valor das flexibilidades é alto e a incerteza, a reversibilidade e a escolha são fatores chave na decisão de executar ou recusar um projeto, o uso de Opções Reais se demonstra como um modelo de avaliação superior aos comumente utilizados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALARINE, O. *Desvendando o cálculo da TIR*. Disponível em [www.rausp.usp.br/download.asp?file=V3801015.pdf](http://www.rausp.usp.br/download.asp?file=V3801015.pdf). Acesso em 17 de outubro de 2008.

BLACK, F.; SCHOLES, M. *The price of options and corporate liabilities*. Journal of political economy, Chicago, n. 81, May/June 1973.

BODIE, Z.; MERTON, R.C. *Finanças*. Porto Alegre: Bookman, 2002.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. *Principles of corporate finance*. 6ª ed. Boston: Mc Graw-Hill, 2000.

COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. *Opções reais, um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos*. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

COX, J.; ROSS, S. A.; RUBINSTEIN, M. *Option pricing: a simplified approach*. Journal of financial economics, Rochester, n. 7, 1979.

DAMODARAN, A. *Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para a determinação do valor de qualquer ativo*. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.



\_\_\_\_\_. *Finanças corporativas: teoria e prática*. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. *Investment Under Uncertainty*. Princenton: Princeton University Press, 1994.

GUJARATI, D. *Econometria básica*. Rio de Janeiro: Campus, 2006.

KEYNES, J. M. *A Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda*. São Paulo: Nova Cultural, 1996. Disponível em [http://www.4shared.com/account/file/17505066/80dddf57/John\\_Maynard\\_Keynes\\_-\\_Teoria\\_geral\\_do\\_emprego\\_do\\_juro\\_e\\_da\\_moeda.html](http://www.4shared.com/account/file/17505066/80dddf57/John_Maynard_Keynes_-_Teoria_geral_do_emprego_do_juro_e_da_moeda.html). Acesso em 13 de agosto de 2009.

HULL, J. C. *Fundamentos dos mercados futuros e de opções*. 4ª ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2005.

MELLO, M. *Projetando y quando a variável dependente é  $\log(y)$* . Rio de Janeiro: Faculdades IBMEC/RJ, 2009. Disponível em <http://professores.ibmecrj.br/mmello/ylogy.pdf>. Acesso em 13 de agosto de 2009.

MINARDI, A. M. A. F. Teoria de opções reais aplicada a projetos de investimentos. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo, v. 40, n. 2, p. 74-79, abr./jun. 2000. Disponível em <http://www.rae.br/artigos/19.pdf>. Acesso em 13 de outubro de 2008.

\_\_\_\_\_. *Teoria de opções reais aplicada a projetos de investimentos*. São Paulo: Atlas, 2004.

PEREIRA, U. N. C.; PAMPLONA, E. O. *O uso da Teoria das Opções Reais (TOR) na análise de investimentos em Tecnologia da Informação – TI*. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 26., 2006, Fortaleza. Disponível em [www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/Artubiratamenegep2006.pdf](http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/Artubiratamenegep2006.pdf). Acesso em 7 de dezembro de 2008.

PUCCINI, E. C. *Matemática financeira*. Disponível em <http://www.sedis.ufrn.br/documentos/arquivos/752.pdf>. Acesso em 17 de janeiro de 2009.

RIGOLON, F. J. Z. *Opções reais, análise de projetos e financiamentos de longo prazo*. Revista do BNDES, Rio de Janeiro, n. 11, jun. 1999. Disponível em <http://www.bndespar.gov.br/conhecimento/revista/rev1107.pdf>. Acesso em 7 de dezembro de 2008.

ROSS, S. A. et al. *Administração financeira – corporate finance*. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

SICK, G.; GAMBA A. *Some Important Issues Involving Real Options*. Disponível em [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=645581](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=645581). Acesso em 17 de outubro de 2008.

TOURINHO, O. A. *The valuation of reserves of natural resources: an option pricing approach*. 1979. Dissertação (doutorado). University of California, Berkeley, 1979.